

# **ESTUDO DOS CABOS E PENDURAIIS DE UMA PONTE PEDONAL SUSPENSA FACE AO SEU PROCESSO CONSTRUTIVO**

**NUNO MIGUEL ESTEVES MARTINS**

Dissertação submetida para satisfação parcial dos requisitos do grau de  
**MESTRE EM ENGENHARIA CIVIL — ESPECIALIZAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL**

---

Orientador: Professor Doutor António Manuel Adão da Fonseca

JUNHO DE 2009

## **MESTRADO INTEGRADO EM ENGENHARIA CIVIL 2008/2009**

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL

Tel. +351-22-508 1901

Fax +351-22-508 1446

✉ [miiec@fe.up.pt](mailto:miiec@fe.up.pt)

*Editado por*

FACULDADE DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE DO PORTO

Rua Dr. Roberto Frias

4200-465 PORTO

Portugal

Tel. +351-22-508 1400

Fax +351-22-508 1440

✉ [feup@fe.up.pt](mailto:feup@fe.up.pt)

🌐 <http://www.fe.up.pt>

Reproduções parciais deste documento serão autorizadas na condição que seja mencionado o Autor e feita referência a *Mestrado Integrado em Engenharia Civil - 2008/2009 - Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Portugal, 2009*.

As opiniões e informações incluídas neste documento representam unicamente o ponto de vista do respectivo Autor, não podendo o Editor aceitar qualquer responsabilidade legal ou outra em relação a erros ou omissões que possam existir.

Este documento foi produzido a partir de versão electrónica fornecida pelo respectivo Autor.

A meus Pais

*Stay hungry, stay foolish...*

*Steve Jobs*





## **AGRADECIMENTOS**

Expresso aqui uma palavra de agradecimento a todos os que directa ou indirectamente tornaram possível a concretização deste trabalho, em particular:

- Ao Professor Doutor António Adão da Fonseca, orientador científico deste trabalho, pela oportunidade concedida para realização desta dissertação, pela partilha de conhecimento, pelo incentivo a ir mais longe e a pela preocupação mostrada em me acompanhar;
- À Professora Doutora Elsa Caetano, pelo esclarecimento de questões teóricas sobre análise dinâmica e pela prontidão em ajudar que sempre demonstrou;
- À Professora Doutora Ana Maria Faustino, pela ajuda na interpretação e resolução de problemas numéricos;
- Aos meus pais, que sempre me suportaram e acompanharam ao longo da minha formação académica e pessoal e a quem eu devo o que sou hoje;
- A todos os colegas e amigos de curso que me acompanharam ao longo dos últimos cinco anos, com especial atenção para o Miguel Araújo, João Sá e Ricardo Martins que tudo fizeram para me ajudar na realização deste trabalho;
- Aos meus companheiros de casa, Márcio e Miguel, não só pelos momentos de descontração proporcionados durante a execução desta tese, mas por tornarem os últimos cinco anos inesquecíveis.
- Um especial obrigado à Asia, pela incessante ajuda e pelas palavras de conforto e motivação proferidas nos momentos certos.



## **RESUMO**

O presente trabalho tem como objectivos o desenvolvimento do conceito da adaptação do método construtivo por deslocamentos sucessivos a pontes pedonais suspensas; o estudo do comportamento estrutural estático através de uma análise discretizada da sequência construtiva idealizada; e a avaliação da aplicabilidade do método a tal tipo de estruturas

Tendo em vista os objectivos descritos no parágrafo anterior, foram desenvolvidos um conjunto de estudos e análises preliminares.

São apresentados estudos de modelos teóricos da geometria adoptada por um cabo transversalmente carregado e analisados comparativamente à sua aplicabilidade e validade quanto à definição da equação de forma de tal sistema. Além do mais, são apresentados resultados da influência da relação flecha / vão no funcionamento estrutural, quer no desenvolvimento de esforços, quer nos deslocamentos e alteração de geometria sofridos.

São conduzidos estudos de análise estrutural estática, com base um modelo hipotético, tendo em conta a componente não linear geométrica característica do comportamento de estruturas governadas por cabos. Foi também desenvolvida uma análise dinâmica relativamente ao comportamento estrutural face às solicitações pedonais em determinadas classes de tráfego. Estas análises resultam no dimensionamento estrutural dos elementos metálicos do tabuleiro e dos cabos e pendurais, fundamentado pelas recomendações presentes nas normas europeias.

Tais análises, em conjunto com a exposição de conceitos relativos ao processo construtivo de pontes, culminam com a aplicação e estudo da sequência construtiva idealizada, no modelo já referido.

**PALAVRAS-CHAVE:** deslocamentos sucessivos, ponte suspensa, não linearidade geométrica, análise dinâmica, processo construtivo.



## **ABSTRACT**

The main objectives of this thesis are the development of the concept involving the application of the construction method by bridge launching to suspended footbridges; the study of the static behaviour by a staged analysis of the idealized construction sequence; and the assessment of the applicability of such method.

Owing to the goals defined in the previous paragraph a set of preliminary studies and analysis were made.

Several theoretical models concerning the geometry obtained from transversally loaded cables are presented, studied and compared relatively to their own applicability and validity in the definition of the shape equation. In addition, results concerning the influence of the relation sag / span in the structural behaviour, relative to both stresses and displacements and geometry change, are presented.

A static structural analysis, based in an hypothetic model, is conducted, considering the geometrical non linearity characteristic of a cable bases structural system. A dynamic analysis was as well concluded based in different circumstances of the pedestrian traffic. These analyses resulted in the structural design of the steel beams from the deck and the main cables and hangers, according to the European codes.

Such analyses, together with the exhibition of concepts concerning the construction methods of bridges, lead to the study of the idealized construction sequence applied in to the previously referred model.

**KEYWORDS:** bridge launching, suspension bridge, geometrical non-linearity, dynamic analysis, construction process.



## ÍNDICE GERAL

AGRADECIMENTOS .....	i
RESUMO .....	iii
ABSTRACT .....	v

<b>1. INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
1.1. ENQUADRAMENTO .....	1
1.2. ÂMBITO E OBJECTIVOS .....	3
1.3. ORGANIZAÇÃO DO TEXTO .....	3

## **2. TIPOS DE CABOS E SUAS PROPRIEDADES MECÂNICAS<sup>7</sup>**

2.1. EVOLUÇÃO DA TECNOLOGIA DE CABOS .....	7
2.2. TIPOS DE CABOS .....	9
2.2.1. SPIRAL STRANDS – CORDÕES EM ESPIRAL .....	10
2.2.2. CABOS <i>FULL LOCKED-COIL</i> .....	11
2.2.3. <i>PARALLEL-WIRE STARNDs</i> – CORDÕES DE ARAMES PARALELOS .....	13
2.2.4. <i>STRUCTURAL WIRE ROPES</i> – CORDA DE CABOS ESTRUTURAL .....	14
2.3. PROPRIEDADES MECÂNICAS .....	15

## **3. ANÁLISE DO COMPORTAMENTO ESTRUTURAL DE CABOS .....**

3.1. PRINCÍPIOS BÁSICOS DA ANÁLISE ESTRUTURAL DE CABOS .....	17
3.2. CABO COMO ELEMENTO ESTRUTURAL INDIVIDUAL BÁSICO .....	18
3.2.1. CABO SUJEITO A CARREGAMENTO TRANSVERSAL .....	19
3.2.2. CABO SUJEITO A CARREGAMENTO AXIAL .....	25
3.2.3. PARÂMETRO $\lambda^2$ DE IRVINE E SEU INTERESSE NA ANÁLISE DE CABOS .....	27
3.3. EQUAÇÃO DE FORMA .....	28
3.3.1. EQUAÇÃO DE FORMA PARA CABOS SUSPENSOS INEXTENSÍVEIS .....	29
3.3.1.1. A aproximação parabólica .....	31
3.3.1.2. A catenária inelástica .....	33
3.3.1.3. Cabo sujeito a tensão constante .....	34
3.3.2. EQUAÇÃO DE FORMA PARA CABOS SUSPENSOS ELÁSTICOS .....	36

3.3.2.1. A catenária elástica .....	38
3.3.2.2. A parábola elástica .....	49
3.3.2.3. Comparação da solução da catenária e da parábola elásticas na definição da equação de forma do cabo transversalmente carregado .....	42

## **4. PROCESSOS CONSTRUTIVOS DE PONTES SUSPENSAS .....**

49

<b>4.1. GENERALIDADES .....</b>	49
<b>4.2. PONTES RODOVIÁRIAS E FERROVIÁRIAS .....</b>	49
<b>4.3. PONTES PEDONAIS .....</b>	53
4.3.1. EDIFICAÇÃO E LEVANTAMENTO DOS PILARES .....	54
4.3.2. EREÇÃO DOS CABOS DE SUSPENSÃO .....	54
4.3.3. COLOCAÇÃO DOS SEGMENTOS DE TABULEIRO .....	55
<b>4.4. CONCLUSÃO .....</b>	56

## **5. ANÁLISE E DIMENSIONAMENTO DA ESTRUTURA .....**

57

<b>5.1. SISTEMAS NÃO-LINEARES .....</b>	57
<b>5.2. MÉTODO DE CÁLCULO .....</b>	59
<b>5.3. MODELAÇÃO .....</b>	62
5.3.1. AJUSTE DA FLECHA .....	62
5.3.2. CONSTRUÇÃO E ANÁLISE DO MODELO NUM PROGRAMA DE ANÁLISE ESTRUTURAL .....	64
5.3.3. VALIDAÇÃO DO MODELO .....	68
<b>5.4. ANÁLISE ESTÁTICA .....</b>	69
5.4.1. SOLICITAÇÕES .....	69
5.4.2. COMBINAÇÕES DE ACÇÕES .....	72
5.4.3. RESULTADOS DA ANÁLISE ESTÁTICA .....	75
5.4.4. SÍNTESE DA ANÁLISE ESTÁTICA .....	81
<b>5.5. ANÁLISE DINÂMICA .....</b>	82
5.5.1. EXPOSIÇÃO DE CONCEITOS .....	82
5.5.1.1. Vibrações induzidas por tráfego pedonal .....	83
5.5.1.2. Vibrações devidas ao vento .....	84
5.5.1.3. Método expedito de verificação das acelerações máximas verticais .....	85
5.5.1.4 Cálculo de acelerações máximas verticais e laterais segundo a aplicação de modelos de carga harmónicos .....	86



5.5.2. ANÁLISE DOS RESULTADOS .....	87
5.5.2.1. Cálculo expedito de acelerações máximas com base nas normas OTN83 e BS54000.....	90
5.5.2.2. Cálculo de acelerações máximas verticais e laterais segundo a aplicação de modelos de carga harmónicos.....	91
5.5.2.3. Verificação dos critérios de Lock-in lateral .....	92
5.5.3. CONCLUSÕES DA ANÁLISE DINÂMICA .....	92
<b>5.6. DIMENSIONAMENTO DOS ELEMENTOS ESTRUTURAIS.....</b>	<b>93</b>
5.6.1. TABULEIRO.....	93
5.6.2. CABOS PRINCIPAIS.....	96
5.6.3. PENDURAIS .....	97
5.6.4. CABOS DE RETENÇÃO (BACKSTAYS) E PILARES .....	98

<b>6. MÉTODO CONSTRUTIVO DO CASO DE ESTUDO .....</b>	<b>99</b>
<b>6.1. GENERALIDADES .....</b>	<b>99</b>
<b>6.2. CONSTRUÇÃO POR DESLOCAMENTOS SUCESSIVOS .....</b>	<b>100</b>
<b>6.3. MÉTODO DOS DESLOCAMENTOS SUCESSIVOS EM PONTES SUSPENSAS DE UM VÃO .....</b>	<b>104</b>
<b>6.4. SEQUÊNCIA CONSTRUTIVA.....</b>	<b>105</b>
6.4.1. CONSTRUÇÃO E LEVANTAMENTO DOS PILARES .....	108
6.4.2. INSTALAÇÃO DO SISTEMA DE CABOS.....	108
6.4.3. LANÇAMENTO E CONSTRUÇÃO DO TABULEIRO.....	108
6.4.4. AJUSTES FINAIS .....	111
<b>6.5. ANÁLISE ESTRUTURAL DO PROCESSO CONSTRUTIVO.....</b>	<b>111</b>
6.5.1. INTRODUÇÃO DO TABULEIRO PELO MÉTODO DOS DESLOCAMENTOS SUCESSIVOS .....	111
6.5.1.1. Deslocamentos verticais do tabuleiro e dos apoios “flexíveis” .....	112
6.5.1.2. Esforços instalados na estrutura.....	115
6.5.2. COLOCAÇÃO DOS ELEMENTOS DE LAJE DE BETÃO ARAMADO.....	117
6.5.2.1. Deslocamentos verticais do tabuleiro .....	117
6.5.2.2 Esforços instalados na estrutura.....	119
6.5.3. SÍNTESE DA ANÁLISE ESTRUTURAL DO PROCESSO CONSTRUTIVO.....	121
<b>6.6. DETALHES CONSTRUTIVOS .....</b>	<b>121</b>
6.6.1. ELEMENTOS TEMPORÁRIOS .....	122
6.6.1.1. Vigas temporárias .....	122
6.6.1.2. Cabos.....	122

6.6.1.3. Narizes .....	123
6.6.2. DETALHES ESTRUTURAIS.....	125
6.6.2.1. Ligação: pendurais – vigas temporárias - tabuleiro .....	125
6.6.2.2. Ligação: narizes de sublançamento – vigas longitudinais do tabuleiro .....	126

## **7. CONCLUSÕES E DESENVOLVIMENTOS FUTUROS .....**

129

### **7.1. CONCLUSÕES .....**

129

### **7.2. DESENVOLVIMENTOS FUTUROS .....**

130

## **BIBLIOGRAFIA .....**

131

## **ANEXOS .....**

133

## ÍNDICE DE FIGURAS

Fig. 2.1 – <i>Eye-bar chains</i> na ponte suspensa de Clifton .....	7
Fig. 2.2 – Ponte suspensa de Niagara Falls (1955-1877) .....	8
Fig. 2.3 – Ponte suportada por cabos de Brooklyn .....	9
Fig. 2.4 – <i>Seven-wire strand</i> , ou cordão de sete arames .....	9
Fig. 2.5 – <i>Spiral strands</i> , ou cordões em espiral.....	10
Fig. 2.6 – Cabo <i>Full locked-coil</i> .....	12
Fig. 2.7 – <i>Parallel-wire strands</i> , ou cordões de arames paralelos .....	14
Fig. 2.8 – <i>Structural wire rope</i> , ou corda de cabos estrutural .....	15
Fig. 3.1 – Analogia de cabos com outros elementos estruturais (Gimsing (1997)) .....	19
Fig. 3.2 – Reacções nos apoios do sistema cabo (esquerda) e da viga (direita) (Gimsing (1997)) ....	20
Fig. 3.3 – Comparação entre um cabo e uma viga, ambos sujeitos à uniforme (Gimsing (1997)) ..	21
Fig. 3.4 – Cabo sujeito a sobrecarga distribuída simétrica aplicada a meio vão (Gimsing (1997)) ....	22
Fig. 3.5 – Variação dos deslocamentos a meio vão para os diferentes valores de $b/a$ (Gimsing (1997)).....	23
Fig. 3.6 – Comparação de deslocamentos entre um cabo e uma viga sujeitos (Gimsing (1997)) ..	23
Fig. 3.7 – Relação entre $f/L$ e o deslocamento a meio vão para um cabo horizontal sujeito a uma carga distribuída simétrica quando esta actua em 100% e 40% do vão (Gimsing (1997)) .....	24
Fig. 3.8 – Comparação da maior deflexão num cabo e numa viga quando sujeitos a cargas distribuídas não simétricas (Gimsing (1997)).....	25
Fig. 3.9 – Curva Força/Comprimento do cabo para um cabo horizontal (Gimsing (1997)) .....	26
Fig. 3.10 – Alteração do sistema de eixos da curva Força/Comprimento do cabo de um cabo horizontal (Gimsing (1997)).....	27
Fig. 3.11 – Solução da curva da catenária por Leibniz (Steen Krenk 2001).....	28
Fig. 3.12 – a) Vista geral de uma ponte suspensa b) Detalhe do cabo e transmissão de esforços envolvidos (Lewis (1997)) .....	30
Fig. 3.13 – Sistema de eixos utilizado na análise de Irvine .....	37
Fig. 3.14 – Geometria de uma catenária elástica com vão de 240 m e flecha máxima de aproximadamente 25 m, incluindo regressões quadrática, cúbica e polinomial de 4º grau, bem como as respectivas equações e resíduos.....	43
Fig. 3.15 – Geometria de uma parábola elástica com vão de 240 m flecha máxima de aproximadamente 25 m .....	44
Fig. 3.16 – Sobreposição das geometrias obtidas, para os mesmos parâmetros, através da catenária elástica e da aproximação da parabólica elástica .....	45

Fig. 3.17 – $\Delta z$ (m) obtido através da subtração dos valores de $z(x)$ para a parábola elástica aos análogos valores para a catenária elástica .....	46
Fig. 3.18 – $\Delta z$ (%) obtido através da subtração dos valores de $z(x)$ para a parábola elástica aos análogos valores para a catenária elástica em percentagem, em relação a $z(x)$ da catenária elástica .....	46
Fig. 4.1 – Construção de um dos pilares da Akashi Kaikyo Bridge (Honshu-Shikoku Bridge Authority, Akashi Kaikyo Bridge – Engineering Note, Japan, 1992 in Okukawa et al (2000)) .....	50
Fig. 4.2 – Método “Girder section” na Shimotsui Bridge (Honshu-Shikoku Bridge Authority, in Okukawa et al (2000)) .....	51
Fig. 4.3 – Fases construtivas do método “Girder section” (Gimsing (1997)) .....	52
Fig. 4.4 – Método de avanços sucessivos ou “Cantilevering method” na Manhattan Bridge (1909) ....	52
Fig. 4.5 – Fases construtivas do “Cantilever method” (Gimsing (1997)).....	53
Fig. 4.6 – Fases construtivas do método descrito por Jiri Strasky (Strasky (2005)) .....	54
Fig. 4.7 – a) Betonagem do pilar in situ b) Erecção do pilar (Strasky (2005)) .....	54
Fig. 4.8 – Willamette River Bridge, OR, USA – segmento central do tabuleiro a) suspenso nos cabos de erecção b) suspenso nos cabos principais (Strasky (2005)) .....	55
Fig. 4.9 – Willamette River Bridge, OR, USA – colocação de um segmento do tabuleiro (Strasky (2005)).....	55
Fig.5.1 – Barra rígida, exemplo de não linearidade geométrica .....	57
Fig.5.2 – Método de cálculo .....	61
Fig. 5.3 – Várias soluções para o rácio $f/L$ .....	62
Fig. 5.4 – Vistas dos planos XOZ (cima esquerda), XOY (baixo esquerda) e XOY(direita) da geometria adoptada para a construção do modelo.....	66
Fig. 5.5 – Vistas dos planos XOZ (cima), XOY (baixo) geradas pelo programa SAP 2000 v.12.0.0 para o modelo de análise estática.....	67
Fig. 5.6 – Vistas em três dimensões do modelo de análise estática geradas pelo programa SAP 2000 v.12.0.0.....	68
Fig. 5.7 – Configuração do modelo de validação executado em Robot Structural Analysis Professional .....	71
Fig. 5.8 – Correlação entre mínimo e máximo da temperatura do ar ( $T_{min}$ e $T_{max}$ ) e as temperaturas mínimas e máximas uniformes na ponte ( $T_{e.min}$ e $T_{e.max}$ ) (CEN (2003a)).....	75
Fig. 5.9 – Deslocamentos com uma escala aumentada 50 vezes na combinação permanente – Alçado .....	75
Fig. 5.10 – Deslocamentos verticais do tabuleiro na combinação permanente - Planta .....	76
Fig. 5.11 – Diagrama de esforços axiais na combinação permanente - Alçado .....	76
Fig. 5.12 – Diagrama de esforços axiais na 2) - Alçado .....	76
Fig. 5.13 – Diagrama de esforços axiais na 3) - Alçado .....	77

Fig. 5.14 – Deslocamentos com uma escala aumentada 10 vezes na combinação 3) – Alçado .....	77
Fig. 5.15 – Deslocamentos verticais do tabuleiro na combinação 3) - Planta .....	77
Fig. 5.16 – Deslocamentos com uma escala aumentada 50 vezes na combinação 10) – Alçado .....	77
Fig. 5.17 – Deslocamentos verticais do tabuleiro na combinação 10) - Planta .....	78
Fig. 5.19 – Deslocamentos verticais do tabuleiro na combinação 11) - Planta .....	78
Fig. 5.20 – Diagrama de esforços axiais na 12) - Alçado .....	78
Fig. 5.21 – Diagrama de esforços axiais na 13) - Alçado .....	79
Fig. 5.22 – Deslocamentos com uma escala aumentada 10 vezes na combinação 12) – Alçado .....	79
Fig. 5.23 – Deslocamentos verticais do tabuleiro na combinação 12) - Planta .....	79
Fig. 5.24 – Deslocamentos com uma escala aumentada 10 vezes na combinação 13) – Alçado .....	79
Fig. 5.25 – Deslocamentos verticais do tabuleiro na combinação 13) - Planta .....	79
Fig. 5.26 – Envolvente de momentos flectores para as combinações ULS na viga longitudinal – Alçado .....	80
Fig. 5.27 – Envolvente de momentos flectores para as combinações ULS numa viga transversal – Corte .....	80
Fig. 5.28 – Modos naturais (Strasky (2005)).....	82
Fig. 5.29 – Factor de amplificação dinâmica para uma resposta de ressonância devido a uma força sinusoidal em movimento segundo em vão (Bachmann et al (1995)) .....	86
Fig. 5.30 – Deformadas dos modos críticos de vibração para as classes de tráfego TC2 e TC4 .....	89
Fig. 5.31 – Modelo do tabuleiro para pré-dimensionamento no programa SAP 2000 v12.0.0 .....	94
Fig. 5.32 – Secção transversal das vigas a) longitudinal e b) transversal .....	95
Fig. 5.33 – Porção de tabuleiro após o seu dimensionamento .....	95
Fig. 5.34 – Verificação do dimensionamento segundo as normas dispostas no EC3 de uma porção do tabuleiro .....	96
Fig. 6.1 – Construção do viaduto ferroviário de Bouble (1865) .....	100
Fig. 6.2 – Processo típico de construção deslocamentos sucessivos com a utilização de nariz .....	102
Fig. 6.3 – Utilização de nariz de sublançamento na construção do Mount Henry Bridge (Wenham (2006)).....	102
Fig. 6.4 – Utilização do método dos deslocamentos sucessivos para a construção de: a) Ponte em arco; b) Ponte de tirantes.....	103
Fig. 6.5 – Vigas transversais temporárias e cabos longitudinais auxiliares.....	104
Fig. 6.6 – Narizes de sublançamento montados em consola na extremidade do tabuleiro de avanço .....	105
Fig. 6.7 – Sequência de construção – método dos deslocamentos sucessivos em pontes suspensas .....	107

Fig. 6.8 – Mudança de posição do nariz de sublançamento durante aproximação final (Rosignoli (2002)).....	109
Fig. 6.9 – Detalhe da aproximação final das duas metades do tabuleiro a meio vão.....	110
Fig. 6.10 – Deslocamentos máximos do tabuleiro durante processo dos deslocamentos sucessivos .....	112
Fig. 6.11 – Geometria da estrutura após a fase inicial do método dos deslocamentos sucessivos: a) ampliado 10x; b) não ampliado .....	113
Fig. 6.12 – Geometria da estrutura após a fase 16 – deslocamentos descendentes máximos: a) ampliado 10x; b) não ampliado .....	113
Fig. 6.13 – Geometria da estrutura após a fase 33 – deslocamentos ascendentes máximos: a) ampliado 10x; b) não ampliado .....	114
Fig. 6.14 – Geometria da estrutura durante a fase final: a) ampliado 10x; b) não ampliado .....	114
Fig. 6.15 – Deslocamentos verticais durante o processo de deslocamentos sucessivos na extremidade do tabuleiro e na viga temporária que se lhe segue .....	115
Fig. 6.16 – Diagrama envolvente dos esforços axiais durante o processo de deslocamentos sucessivos.....	115
Fig. 6.17 – Evolução dos esforços axiais máximos nos cabos principais ao longo da introdução do tabuleiro.....	116
Fig. 6.18 – Diagrama envolvente dos momentos flectores durante o processo de deslocamentos sucessivos.....	116
Fig. 6.19 – Deslocamentos máximos do tabuleiro durante a colocação das lajes de betão.....	117
Fig. 6.20 – Geometria da estrutura após a fase 20 da colocação do tabuleiro – deslocamentos descendentes máximos: a) ampliado 10x; b) não ampliado .....	118
Fig. 6.21 – Geometria da estrutura após a fase 22 da colocação do tabuleiro – deslocamentos ascendentes máximos: a) ampliado 10x; b) não ampliado .....	118
Fig. 6.22 – Geometria da estrutura após a fase final da colocação do tabuleiro – deslocamentos descendentes máximos: a) ampliado 10x; b) não ampliado .....	119
Fig. 6.23 – Diagrama envolvente dos esforços axiais durante a colocação das lajes de tabuleiro ....	119
Fig. 6.24 – Evolução dos esforços axiais máximos nos cabos principais ao longo da colocação das lajes .....	120
Fig. 6.25 – Diagrama envolvente dos momentos flectores durante a colocação das lajes de tabuleiro .....	120
Fig. 6.26 – Viga longitudinal temporária – zonas de aplicação de cargas .....	122
Fig. 6.27 – Esquema de transmissão de esforços para os cabos auxiliares .....	123
Fig. 6.28 – Nariz de sublançamento .....	124
Fig. 6.29 – Posição dos narizes de sublançamento relativamente às vigas longitudinais .....	125
Fig. 6.30 – Detalhe construtivo da ligação pendural – viga temporária – tabuleiro, corte transversal do tabuleiro.....	126

Fig. 6.31 – Detalhe construtivo da ligação nariz de sublançamento – viga longitudinal do tabuleiro . 127

Fig. 6.32 – Detalhe construtivo da ligação nariz de sublançamento – viga longitudinal do tabuleiro . 128





## ÍNDICE DE QUADROS

Quadro 3.1 – Solução $f$ e do respectivo rácio $f/L$ segundo a catenária elástica e a parábola elástica .....	48
Quadro 5.1 – Sumário de resultados para o primeiro cenário de carregamento das várias soluções de $f/L$ .....	63
Quadro 5.2 – Deslocamentos verticais no segundo cenário de carregamento das várias soluções de $f/L$ .....	64
Quadro 5.3 – Comparação de resultados obtidos em SAP 2000 e em Robot Structural Analysis Professional 2009 .....	68
Quadro 5.4 – Compêndio de solicitações .....	72
Quadro 5.5 – Lista de combinações .....	74
Quadro 5.6 – Síntese da análise estática .....	81
Quadro 5.7 – Síntese das frequências obtidas na análise modal para a classe de tráfego CT2 .....	87
Quadro 5.8 – Síntese das frequências obtidas na análise modal para a classe de tráfego CT4 .....	88
Quadro 5.8 – Verificação das acelerações verticais máximas através de métodos expeditos para a CT2 .....	90
Quadro 5.9 – Verificação das acelerações verticais máximas através de métodos expeditos para a CT4 .....	90
Quadro 5.10 – Verificação das acelerações máximas através da aplicação de modelos de cargas harmónicos para a CT2.....	91
Quadro 5.11 – Verificação das acelerações máximas através da aplicação de modelos de cargas harmónicos para a CT4.....	92
Quadro 5.12 – Excerto da tabela de cabos <i>full locked coil</i> da empresa <i>Bridon</i> (Bridon International (2008)).....	97
Quadro 5.13 – Excerto da tabela de cabos <i>spiral strands</i> da empresa <i>Bridon</i> (Bridon International (2008)).....	98
Quadro 6.1 – Grandezas máximas durante o processo construtivo .....	121
Quadro 6.2 – Deslocamento e rotações da extremidade do tabuleiro e deslocamentos do apoio seguinte.....	124



## **SÍMBOLOS E ABREVIATURAS**

### MAIÚSCULAS LATINAS

A – Área de secção transversal [ $\text{m}^2$ ]

$C_1, C_2$  – Constantes de integração

E – Módulo de elasticidade [GPa]

F – Força / reacção [kN]

$G_{R,d}$  – Esforço axial resistente do cabo [kN]

H – Componente horizontal do esforço axial no cabo [kN]

K – Rigidez [MPa]

$K_G$  – Rigidez geométrica [MPa]

L – Comprimento do vão [m]

$L_e$  – Comprimento virtual do cabo [m]

N – Esforço axial [kN]

$N_L$  – Número de pessoas necessárias para despoletar o efeito lock-in [P]

P – Componente vertical, lateral ou longitudinal da força devida a um só peão [N]

$Q_{flk}$  – Valor característico da sobrecarga distribuída segundo a direcção lateral do tabuleiro [kN/m]

$Q_{fwk}$  – Valor característico da sobrecarga concentrada vertical [kN]

$Q_{K,1}$  – Acção base [kN ou kN/m ou kN/m<sup>2</sup>]

$T_A$  – Reacção no apoio do cabo A [kN]

$T_B$  – Reacção no apoio do cabo B [kN]

$T_C$  – Esforço axial no cabo [kN]

$T_{e,max}$  – Temperatura efectiva máxima actuante a estrutura [°C]

$T_{e,min}$  – Temperatura efectiva mínima actuante a estrutura [°C]

$T_{max}$  – Temperatura do ar máxima [°C]

$T_{min}$  – Temperatura do ar mínima [°C]

V – Componente vertical do esforço axial no cabo [kN]

W – Peso total do cabo [kN]

### MINÚSCULAS LATINAS

a – Aceleração [ $\text{m/s}^2$ ]

d – Distância entre determinado ponto do cabo e a sua corda segundo a direcção perpendicular a esta [m]

f - Frequência natural de vibração [Hz]

$f$  – flecha [m]

$f_u$  – Tensão nominal de cedência [ $\text{N/mm}^2$ ]

$g$  – Aceleração gravítica [ $\text{m/s}^2$ ]

$h$  – Altura do apoio do cabo em relação ao tabuleiro [m]

$h_{A-B}$  – Desnível vertical entre os apoios do cabo [m]

$l_0$  – Comprimento linear do cabo [m]

$m$  – densidade linear do cabo [ $\text{kg/m}$ ]

$m^*$  - Massa modal (T)

$n$  – Número total de peões que circulam na superfície S [P]

$n'$  – Número de peões equivalente para a classe de tráfego em toda a superfície S

$p$  – Carga distribuída linear [ $\text{kN/m}$ ]

$q_0$  – Peso próprio do cabo por unidade de comprimento [ $\text{kN/m}$ ]

$q_D$  – Peso próprio do tabuleiro por unidade de comprimento [ $\text{kN/m}$ ]

$q_{fk}$  – Valor característico da sobrecarga vertical uniformemente distribuída [ $\text{kN/m}^2$ ]

$s_f$  – Coordenada  $s$  de flecha máxima [m]

$y$  – Deformação vertical estática a meio vão provocada por uma carga pontual de 700N [m]

$w$  – Densidade volúmica do tabuleiro [ $\text{kN/m}^3$ ]

#### MAIÚSCULAS GREGAS

$\Delta$  – Deslocamento [m] / Variação

$\Delta T_{N,cont}$  – Acção de contracção axial devida à variação de temperatura [kN]

$\Delta T_{N,ext}$  – Acção de extensão axial devida à variação de temperatura [kN]

$\Phi$  – Factor de amplificação dinâmica para um peão

#### MINÚSCULAS GREGAS

$\alpha$  – Coeficiente de Fourier do harmónico relevante / Ângulo entre a horizontal e a corda do cabo [rad]

$\alpha_T$  – Coeficiente de expansão térmico [ $\text{K}^{-1}$ ]

$\gamma_{G,i}$  – Coeficiente de majoração das cargas permanentes

$\gamma_Q$  – Coeficiente de majoração das cargas não permanentes

$\delta_C$  – Deslocamento a meio vão [m]

$\delta_V$  – Deslocamento vertical [m]

$\delta_x$  – Deslocamento na direcção  $x$  [m]

$\delta_y$  – Deslocamento na direcção  $y$  [m]

$\delta_z$  – Deslocamento na direcção z [m]

$\varepsilon$  – Extensão [m/m]

$\varepsilon_0$  – Extensão inicial

$\theta$  – Rotação [rad]

$\lambda^2$  – Parâmetro de Irvine

$\mu$  – Densidade volúmica dos pendurais [kN/m<sup>3</sup>]

$\xi$  – Factor de amortecimento estrutural [%]

$\rho$  – Densidade volúmica do cabo principal [kN/m<sup>3</sup>]

$\sigma$  – Tensão normal [MPa]

$\psi$  – Coeficiente de minoração que tem em conta a probabilidade da frequência analisada estar dentro do espectro crítico

#### ABREVIATURAS

AS – Aerial Spinning method

BS5400 – British Standard – Norma britânica

CL – Classe de conforto

CT – Classe de tráfego

EC - Eurocódigo

EQU – Combinação de estado limite último para verificação de equilíbrio estático

ONT83 – The Ontario Bridge Code – Norma Canadiana

PPWS – Prefabricated Parallel Wire Strand method

SLS – Serviceability Limit State – Estado limite de serviço

STR – Combinação de estado limite último para projecto e dimensionamento de membros estruturais

ULS – Ultimate Limit State – Estado limite último



## INTRODUÇÃO

### 1.1. ENQUADRAMENTO

O cabo é talvez o elemento estrutural mais eficiente até hoje aplicado pelo Homem na elaboração de estruturas. Apesar da sua aplicação ser relativamente complexa, esta é bastante atractiva, especialmente para estruturas com grandes vãos. As principais vantagens conseguidas pela utilização destes elementos resultam da flexibilidade conferida pela sua constituição por finos arames, permitindo deformações transversais sem que se desenvolvam momentos flectores; e ainda da possibilidade da constituição de elementos de grande resistência com secções transversais consideráveis através de pequenos cordões, fazendo uso de modesto equipamento para o processo de construção. Estas razões fazem com que as pontes suportadas por cabos, nomeadamente pontes suspensas e atirantadas, sejam nos dias de hoje a solução mais económica para ultrapassar grandes vãos, geralmente maiores que 200m. (Troyano (2003))

A ponte suspensa traduz-se no sistema estrutural de cabos mais económico e eficiente para vãos de maiores dimensões, sendo que a solução de pontes atirantadas tem vindo, desde o seu desenvolvimento em meados do sec. XX, a ganhar terreno para vãos cada vez maiores devido à sua maior economia.

A história das pontes suspensas é provavelmente a mais rica dentro do panorama de pontes. Foi, e é hoje, considerada a mais eficiente solução para médios e grandes vãos, mas houve já períodos da história em que a sua utilização foi banida, devido aos acidentes ocorridos. As suas origens remontam a civilizações primitivas na Ásia, América e Oceânia que usavam fibras naturais para a construção de pontes rudimentares em forma de catenária, nas quais o tabuleiro assentava directamente nas cordas.

Vários autores, como Troyano, dividem a história de pontes suspensas em quatro gerações segundo os feitos nelas conseguidos:

A primeira geração inicia-se com o surgimento de pontes catenárias, nas quais se recorriam a cordas ou mesmo correntes de ferro como elemento estrutural principal. Estas surgiram pela primeira vez na China e em países como o Tibete, Bhutão e Nepal no início da corrente era. O fim desta geração ocorreu por volta do sec. XVII, quando estas soluções estruturais se tornaram obsoletas.

O americano James Finley foi o grande impulsionador da segunda geração, iniciada no fim do sec. XVIII, na qual o mais importante feito foi a introdução de pendurais, ligando o sistema de “cabos” principal a um tabuleiro separado. Devido aos numerosos acidentes ocorridos, em meados do sec. XIX deu-se o fim deste período.

Foi já na segunda metade do sec. XIX que teve início a terceira grande geração impulsionada por uma das mais ilustres personagens da história moderna de pontes suspensas, John A. Roebling. Este introduziu o princípio de reforço de pontes suspensas através de tirantes e tabuleiros de elevada rigidez, aplicado pela primeira vez na Niagara Bridge em 1851. A Cincinatti-Covington Bridge teve grande importância histórica, visto ter sido a última concluída por Roebling com vida, e na qual foram testadas técnicas avançadas antes da sua aplicação na inovadora Brooklyn Bridge sobre, o East River em New York. Esta última é considerada por muitos a ancestral das todas as pontes suspensas modernas e a maior obra de arte de Roebling. As inovações por este introduzidas tornaram as pontes suspensas tão sólidas e seguras quanto as pontes em arco ou vigadas. Alguns anos depois a tendência de construir estruturas rígidas inverteu-se, optando-se cada vez mais pela construção leve e esbelta, até que se deu o colapso da Tacoma Bridge, estimulado por ventos de velocidades moderadas. Este acontecimento conduziu ao desenvolvimento de análises teóricas do efeito aerodinâmico em estruturas suspensas, acabando com o infundamento teórico, até aqui existente na construção deste tipo de estruturas, causador dos mais variados acidentes ao longo da história.

A ponte 25 de Abril, construída em Portugal sobre o rio Tejo em 1966, teve grande influência por parte da experiência e técnicas americanas desenvolvidas por Roebling, aplicadas a um design inovador que permitiu a conjugação da ferrovia e rodovia na mesma estrutura.

Durante a terceira geração a construção deste tipo de pontes predominava para grandes vãos, esquecendo os de média e pequena dimensão, situação que se verifica também nos dias de hoje em que o seu campo de aplicação se torna cada vez mais reduzido devido ao desenvolvimento das pontes de tirantes.

A construção de pontes suspensas europeias, constituídas por segmentos em caixão fechados com forma aerodinâmica, deu início à quarta e actual geração. A Severn Bridge, finalizada em 1966, com um vão central de 987.5m, foi a primeira da sua classe munida de uma secção transversal de forma aerodinâmica e com elevada rigidez à torção.

Desde o início do sec. XX que as pontes suspensas dominam a travessia de grandes vãos, destacando-se nos dias de hoje a Great Belt East Bridge na Dinamarca, com um vão central de 1416m, e a Akashi Kaikyo Bridge no Japão, dotada do maior vão central da actualidade (1990m).

A evolução nos sistemas estruturais de pontes suspensas foi acompanhada pelo desenvolvimento de técnicas construtivas para as mesmas. Uma das etapas mais fulcrais deste processo é a colocação do tabuleiro para a qual foram já vários os métodos idealizados ao longo da história.

Em pontes suspensas de grandes vãos é usual a aplicação do método de avanços sucessivos, ou “cantilever method”, construindo o tabuleiro por segmentos, simetricamente a partir dos pilares. A sua aplicação é bastante generalizada e foi usada em obras como a Golden Gate Bridge, a George Washington Bridge e muitas outras pontes de grandes vãos especialmente no Japão. Outra das técnicas utilizadas em pontes dotadas de tabuleiro em caixão consiste na sua subdivisão em segmentos que são levados por embarcações flutuando por baixo da sua posição final, para a qual são erguidos por cabos auxiliares. A colocação do tabuleiro segundo este método é usualmente iniciada a meio vão. Exemplos de aplicação de tal processo são as pontes Bay Bridge em San Francisco, Bosphorus Bridge em Istambul ou a Humber Bridge em Inglaterra.

A escolha do processo de construção tem uma grande influência no dimensionamento da estrutura, o que torna fundamental a correcta escolha do sistema que melhor se adequa às condições vigentes e a detalhada análise discretizada da construção.



## **1.2. ÂMBITO E OBJECTIVOS**

Tendo por base o estado de arte em métodos construtivos de pontes, o objectivo principal desta dissertação é a investigação de um método alternativo que permita a construção eficiente de pontes suspensas de um só vão, em condições topográficas que não permitam o acesso pelo inferior da estrutura, mais concretamente, sobre uma garganta bastante profunda. Tendo em vista este objectivo, procurar-se-á:

- Analisar o comportamento estrutural de cabos, bem como a geometria por estes adoptada quando solicitados por diferentes acções;
- Analisar estática e dinamicamente um modelo hipotético de uma ponte suspensa de um vão com 240m e uma altura das torres de 27m;
- Dimensionar tal estrutura de acordo com as recomendações dos códigos europeus aplicáveis, com base nas análises estática e dinâmica;
- Investigar a validade da aplicação do método construtivo por deslocamentos sucessivos na construção de uma ponte suspensa, através do conhecimento dos esforços e deslocamentos desenvolvidos no processo.

Neste trabalho é exposto o estado de arte para os métodos de construção para tais tipos de pontes, sendo dada maior evidência aos que mais relevância têm para os objectivos descritos.

## **1.3. ORGANIZAÇÃO DO TEXTO**

A dissertação está dividida em capítulos, segundo os temas a serem expostos, que pretendem agrupar adequadamente os objectivos acima descritos, para além da redacção teórica dos conceitos utilizados. Será de seguida descrita a organização dos capítulos e os temas centrais que cada um abrange.

### **Capítulo 1**

Breve referência histórica à evolução de pontes suspensas e descrição geral de alguns processos construtivos usualmente aplicados. Descrição dos objectivos e âmbito da realização da dissertação acompanhada de uma breve exposição da organização do trabalho.

### **Capítulo 2**

Neste capítulo será realizada uma alusão à evolução da tecnologia de cabos e da sua aplicação em pontes suspensas. São apresentados os tipos de cabo existentes, assim como as suas mais-valias e inconvenientes e suas propriedades mecânicas características.

### **Capítulo 3**

No capítulo 3 será realizada uma análise do comportamento estático de um cabo como elemento individual. Será exposta alguma da teoria da não linearidade geométrica presente neste tipo de elementos e analisada a resposta deste a carregamentos transversais e axiais.

Mais à frente é analisada a equação de forma adoptada por um cabo transversalmente carregado. É inicialmente feita uma breve introdução relativamente à evolução do conceito seguida da exposição

das teorias geométricas que melhor traduzem a configuração de tal elemento e de uma análise comparativa da aplicabilidade de cada solução.

#### **Capítulo 4**

No capítulo 4 pretende-se expor o estado da arte dos métodos construtivos mais comuns na construção de pontes suspensas. Neste são descritos alguns métodos aplicados em pontes rodoviárias e ferroviárias, tais como alguns que mais se direccionam para a erecção de pontes pedonais e ciclovias. Toda a exposição é feita tendo em vista a procura da uma solução que se adapte à construção de pontes suspensas onde o acesso pelo inferior da estrutura seja difícil. No fim do capítulo é feita uma breve comparação dos métodos existentes.

#### **Capítulo 5**

Este capítulo é dedicado à análise estrutural e dimensionamento do estudo de caso de uma ponte suspensa dotada de um vão com 240m e uma altura de torres de 27m. É feita uma breve referência aos sistemas não-lineares e às suas características únicas. De seguida, é exposto o método de cálculo utilizado e são discutidas as suas particularidades. Será também discutido o valor ideal para a relação flecha / vão e suas implicações estruturais, considerando a teoria enunciada por Gimsing, N. J. (1997). Tendo em vista a análise estrutural, são apresentadas as considerações tidas em conta para a construção do modelo informático da estrutura do caso de estudo, que será mais à frente validada.

A definição das solicitações e combinações consideradas na análise estrutural estática foi feita tendo em conta as recomendações do Eurocódigo 1, Eurocódigo 0 e do respectivo Anexo A1 referente a pontes.

Após o desenvolvimento das análises estática e dinâmica proceder-se-á ao dimensionamento dos elementos estruturais e posterior verificação das recomendações dos Eurocódigos 3 e sua parte 1.11 no que toca ao funcionamento em serviço.

#### **Capítulo 6**

O Capítulo 6 é o culminar de toda a dissertação, no qual a teoria exposta e as análises realizadas se combinam no estudo do processo construtivo do caso de estudo. Inicialmente, é feita uma breve exposição do estado de arte do método construtivo por deslocamentos sucessivos, da sua aplicação corrente na construção de pontes dos mais variados tipos e das vantagens que deste podem surgir. Seguidamente é idealizado o conceito de adaptação de tal método à construção de pontes pedonais suspensas.

Baseada na sequência definida é realizada uma análise estática faseada para a aplicação de tal método ao caso de estudo, na qual são detalhados os momentos flectores e deslocamentos verticais que surgem no tabuleiro, bem como a avaliação do esforço axial desenvolvida nos cabos.

No final deste capítulo são expostas potenciais soluções para problemas que poderão surgir no decorrer da aplicação do método construtivos por deslocamentos sucessivos em tal estrutura.

## **Capítulo 7**

Neste capítulo são expostas as conclusões alcançadas ao longo do trabalho com destaque para a aplicação do método construtivo por deslocamentos sucessivos a uma ponte pedonal suspensa. São ainda feitas sugestões a possíveis estudos complementares a realizar no mesmo âmbito desta dissertação.



## 2

## TIPOS DE CABOS E SUAS PROPRIEDADES MECÂNICAS

### 2.1. EVOLUÇÃO DA TECNOLOGIA DE CABOS

A aplicação de cabos de aço, como elementos de tensão, na engenharia estrutural é uma tecnologia relativamente recente quando comparada com outros sistemas estruturais desenvolvidos pelo Homem.

Na realidade, fios de aço alinhados em forma de cabo só foram pela primeira vez utilizados como elementos principais na transmissão de esforços numa ponte suspensa durante a primeira metade do séc. XIX. Até aí, os cabos principais que constituíam uma ponte suspensa consistiam maioritariamente em correntes, ou em *eye-bar chains* (Figura 2.1).



Fig. 2.1 – *Eye-bar chains* na ponte suspensa de Clifton <sup>1</sup>

<sup>1</sup> Fonte: Wikimedia - [http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/3/3a/Uk\\_bristol\\_csbchains.jpg](http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/3/3a/Uk_bristol_csbchains.jpg) . 19/05/09.

A utilização de *eye-bar chains* foi talvez a mais popular e aquela que ainda hoje pode ser encontrada em perfeito funcionamento em algumas obras de engenharia, como são os casos da ponte suspensa do estreito de Menai no País-de-Gales e a ponte suspensa de Clifton em Inglaterra, construída já durante a segunda metade do sec. XIX com os cabos “reciclados” da ponte Hungerford (1860). A Figura 2.1 mostra um pormenor da ponte de Clifton, no qual se destaca o cabo de amarração formado por *eye-bar chains*.

Este sistema consiste numa série de barras ou placas ligadas de extremo a extremo apenas num ponto, permitindo assim uma flexibilidade global do sistema e um comportamento semelhante a um cabo de aço. O grande problema desta solução é a sua falibilidade, isto porque a simples falha numa das ligações entre barras leva à completa ruína da estrutura, como sucedeu com a Silver Bridge sobre o rio Ohio. Tal não acontece quando o cabo é compostos por centenas de fios, onde a falha de uma porção destes têm efeitos de pequena relevância.

Na segunda metade do sec. XIX foi aplicada pela primeira vez, em 1854, na antiga ponte suspensa de Niagara Falls (Figura 2.2) o sistema de cabos *parallel-wire*, cuja secção transversal e características específicas serão tratadas mais à frente neste capítulo.



Fig. 2.2 – Ponte suspensa de Niagara Falls (1855-1877)<sup>2</sup>

Os fios de aço trefilados a frio e galvanizados tiveram a sua primeira aplicação numa ponte suspensa já no final do sec. XIX, em 1883, na construção da ponte de Brooklyn que constitui, ainda hoje, uma obra de referência no panorama das pontes suportadas por cabos. É importante referir que este tipo de cabos foi, e é, usado na maioria das pontes modernas para fazer face a vãos cada vez mais extensos.

---

<sup>2</sup> Fonte: <http://www.philaprintshop.com/images/pnia268.jpg>. 19/05/09.



Fig. 2.3 – Ponte suportada por cabos de Brooklyn (fotografia de 1898)<sup>3</sup>

Nos dias de hoje existem diferentes soluções para o arranjo dos fios que formam o cabo e para a forma da secção transversal, cada uma com as suas vantagens e desvantagens. Poder-se-á indicar a *stranded-wire rope* como a mais tipicamente utilizada, mas na verdade cada tipo tem o seu campo de aplicação específico. A secção seguinte serve para expor e discutir as diferentes soluções disponíveis, bem como suas diferenças, virtudes e aplicações.

## 2.2. TIPOS DE CABOS

Um cabo estrutural é, nos nossos dias, frequentemente constituído por vários fios de aço. Estes fios que constituem o elemento básico do cabo são prefabricados e muitas vezes agrupados em pequenos feixes, que serão posteriormente aplicados directamente na construção.

O mais simples cordão de pequenos fios metálicos encontrado na construção de pontes suspensas é o cordão de sete arames, ou *seven-wire strand*. Como o próprio nome indica, este cordão é constituído por um conjunto de sete arames, dos quais um ocupa uma posição central, formando o núcleo, e os restantes seis envolvem-no, formando em sua volta uma espiral.



Fig. 2.4 – *Seven-wire strand*, ou cordão de sete arames<sup>4</sup>

<sup>3</sup> Fonte: [http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/3/34/Brooklyn\\_Bridge\\_New\\_York\\_City\\_1898\\_Pedestrian\\_Crossing.jpg](http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/3/34/Brooklyn_Bridge_New_York_City_1898_Pedestrian_Crossing.jpg), 19/05/09.

<sup>4</sup> Fonte: <http://www.made-in-china.com/image/2f0j00SvYaohMthlcBM/PC-Strand.jpg>, 19/05/09.

A utilização deste cabo é hoje generalizada na construção sendo que a aplicação como tendões de pré-esforço para betão é a mais usual; na sua aplicação em pontes suspensas, cada arame tem, normalmente, um diâmetro de 5mm, o que conduz a um diâmetro nominal de 15mm. Mecanicamente, o cordão de sete fios tem um módulo de Young  $E$  cerca de 6 a 8% inferior ao do valor análogo para um arame individual.

O sistema da constituição de cabos através do agrupamento de arames metálicos têm inúmeras vantagens quando comparado com a secção transversal maciça. A principal vantagem tem a ver com a redução da taxa de defeito por secção. Assim, num perfil composto por centenas de arames a falha de alguns destes não põe em causa a integridade da estrutura, situação que acontece para uma secção maciça. No entanto, as superioridades deste método vão muito além da redução da falibilidade do sistema. Destacam-se também as mais-valias ao nível do processo construtivo, particularmente na simplicidade de erecção do cabo. Por outro lado, existe o inconveniente de a secção ser menos compacta.

Ao longo das próximas secções será feita uma breve exposição tendo em conta uma análise das diferentes soluções disponíveis para a secção transversal de cabos, a sua constituição e as situações para as quais oferecem maiores vantagens.

#### 2.2.1. SPIRAL STRANDS – CORDÕES EM ESPIRAL

Os *spiral strands* são compostos por um núcleo que consiste num único arame recto, este é envolvido por várias camadas de arames em espiral em que cada camada toma normalmente orientação oposta à anterior (Figura 2.5).

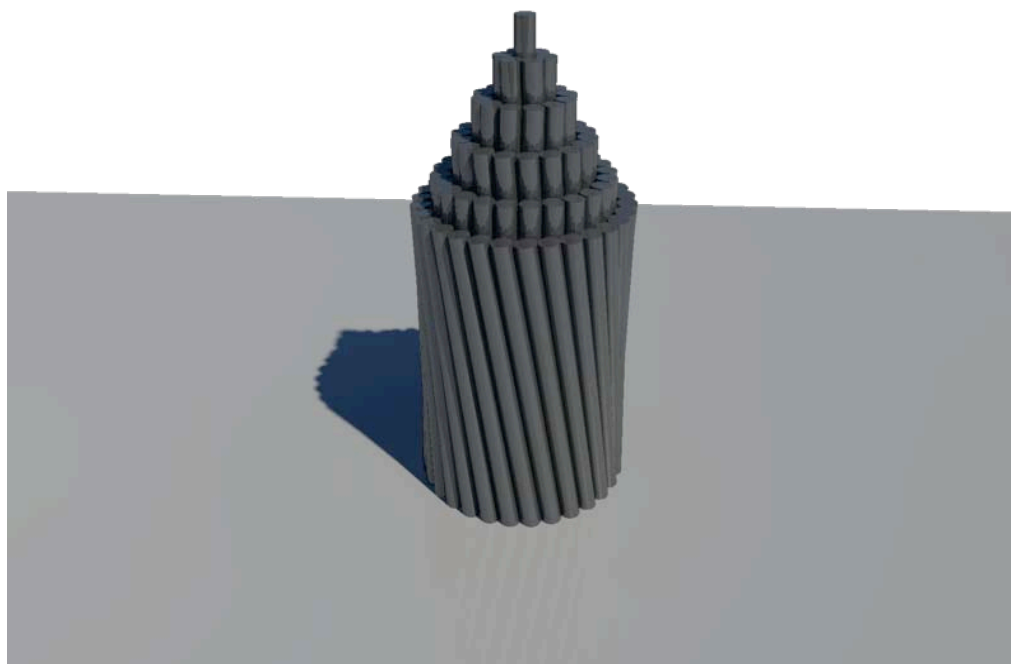


Fig. 2.5 – *Spiral strands* ou cordões em espiral



Em soluções compostas por um grande número de arames é usual que o ângulo de inclinação da hélice formada por cada fio diminua, o que acarreta a uma perda de rigidez mais pronunciada quando comparada com o arame individual e mesmo com o *seven-wire strand*. A referida perda de rigidez afecta o modulo de Young  $E$ , diminuindo-o em cerca de 15 a 25% ( $\approx 170\text{GPa}$ ).

A disposição helicoidal dos arames conduz também a uma redução de capacidade resistente quando comparada com a de um arame singular. Normalmente esta perda situa-se nos 10%, quando comparada com a mesma área de secção em arames não orientados helicoidalmente.

Uma das características deste sistema é a auto compactação dos arames, que formam uma secção unificada quando aplicada uma tensão pela primeira vez. Essa é também uma das maiores desvantagens da solução, uma vez que aquando da primeira aplicação de tensões irão surgir alongamentos não só elásticos, mas também devidos à compactação da secção. Para prevenir estes alongamentos não elásticos indesejados é usualmente aplicada uma pré extensão com uma tensão cerca de 10 a 20% mais elevada que a tensão prevista para serviço. Desta forma, as deformações do cabo poderão ser de certo modo controladas. No entanto, o efeito auto-compactador não causa apenas inconvenientes; devido a este, a secção transversal não necessita de qualquer braçadeira ou banda para se manter coesa, tendo também vantagens quanto à protecção contra a corrosão.

As áreas de aplicação para as quais este tipo de solução mais se direcciona são:

- Tirantes para estabilização de mastros;
- Cabos de suspensão em estruturas leves;
- Pendurais em pontes suspensas;
- Cabos de estabilização de treliças de madeira e metálicas;
- Cabos de suspensão e estabilização em redes de cabos ("*cable nets*");
- Cabos de resguardo em escadas, varandas, pontes e passagens pedonais.

Esta solução foi adoptada em pontes como Little Belt na Dinamarca, Tancarville sobre o rio Sena em França e ainda Wakato no Japão.

### 2.2.2. CABOS *FULL LOCKED-COIL*

Esta solução implica a utilização de dois tipos diferentes de secção transversal de arame. O primeiro é o típico arame circular, cujo conjunto forma o que se pode chamar de núcleo do *locked-coil*, sendo este bastante semelhante em secção e orientação dos arames à solução de cordões em espiral. A particularidade dos *full locked-coil* reside nas camadas que envolvem o núcleo. Estas são formadas por arames em forma de Z e helicoidais, em que cada camada tem orientação contrária à anterior (Figura 2.6).

Esta é a maior vantagem desta solução, uma vez que quando tensionado o cabo tenderá a auto compactar-se devido à disposição em hélice dos arames; além do mais os perfis Z conferem uma maior coesão e fecham, quase que impermeavelmente, o interior do cabo ao mesmo tempo que garantem uma superfície firme e uma percentagem reduzida de vazios

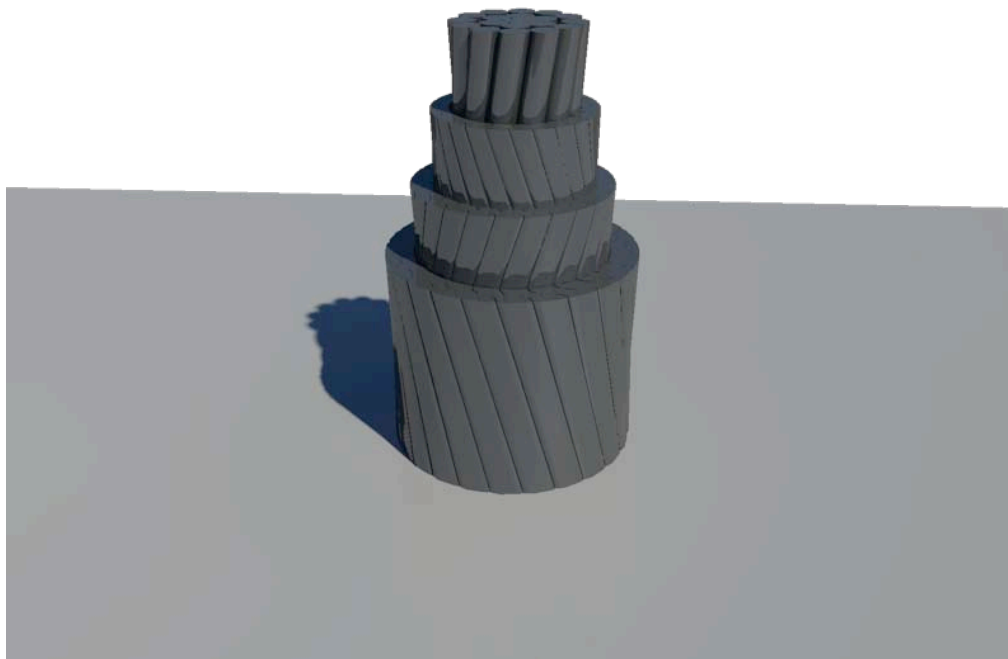


Fig. 2.6 – Cabo *Full locked-coil*

Em suma, este tipo de solução é bastante compacta quando comparada com qualquer outro tipo de cabo, permitindo uma percentagem média de vazios que rondará os 10%.

Para além das mais-valias mecânicas, o perfil apertado dos arames em Z, devidamente galvanizados, oferecem só por si uma grande protecção contra a corrosão, não sendo necessário mais do que um tratamento superficial com pintura para uma protecção eficaz.

O perfil compacto é também vantajoso quando se lida com pressões laterais, como o caso de ancoragens e selas nas torres de pontes suspensas, isto porque a distribuição é feita ao longo de toda a superfície e não apenas pontualmente como acontece em arames com perfil circular.

No entanto, o *full locked-coil* tem também desvantagens, devidas principalmente à sua secção transversal complexa. Os cordões podem apenas ser pré-fabricados no seu comprimento total e entregues no local de aplicação em grandes bobines, não havendo a possibilidade da formação do cabo *in situ*. Esta particularidade limita a sua aplicação a vãos de comprimentos mais modestos, normalmente na ordem de grandeza dos 1000m de cabo, sendo que o mais longo produzido tinha cerca de 1250m.

Devido à necessidade de transporte desde o local de produção até ao local de implantação, os diâmetros produzidos são limitados a 180mm, sendo que o maior alguma vez produzido teria 174mm. Para ultrapassar esta limitação era prática comum, principalmente em pontes atirantadas onde podem ser encontradas as maiores secções deste tipo, a adopção de vários cordões de diâmetros menores que em conjunto formam um cabo com o diâmetro necessário para fazer frente a tais esforços.

A perda de rigidez axial em relação ao arame singular é, neste caso, inferior ao observado em cordões em espiral, situando-se aproximadamente em 12%, situação corrigida com o sobredimensionamento da secção em 10% que compensa a diferença da tensão de rotura entre esta solução e a de cordões de

arames paralelos (*parallel-wire strand*). Assim, o módulo de Young nominal deste tipo de perfil aproxima-se tipicamente de 180GPa, um valor considerável quando comparado com a solução anterior.

A aplicação deste tipo de cabo assume grande importância em vários domínios, dos quais se destacam:

- Pendurais predominantemente usados durante o processo construtivo de pontes suspensas;
- Cabos estabilizadores em treliças de madeira e de aço;
- Cabos de extremidade em redes de cabos (*cable nets*);
- Todo o tipo de transmissão de esforços em pontes atirantadas;
- Cabos em pontes suspensas.

A aplicação desta solução foi largamente difundida; as pontes de Kvalsund na Noruega, Älvsborg na Suécia, Kleve-Emmerich e Cologne Rodenkirchen ambas na Alemanha, são algumas das obras de referência onde este tipo de cabo está presente.

### 2.2.3. PARALLEL-WIRE STRANDS – CORDÕES DE ARAMES PARALELOS

O facto de os cabos com arames de orientação helicoidal desenvolverem reduções de rigidez, bem como diminuição da tensão resistente e extensões não elásticas indesejadas, promoveu o desenvolvimento de cabos formados por arames paralelos.

Já há muito que havia conhecimento das mais-valias deste sistema em relação aos cabos de arames helicoidais, no entanto, existiam diversos problemas e dúvidas sobre o sistema. O maior problema relaciona-se com o facto de o cabo vir a apresentar uma geometria curva quando suspenso horizontalmente e transversalmente carregado e, deste modo, a secção transversal ficar sujeita a alongamentos na zona exterior da curva e a encurtamentos no seu interior. Esta condição aliada ao facto de que a secção transversal não possuir propriedades de distorção, leva ao desenvolvimento de tensões insuportáveis.

Foi pela primeira vez no início dos anos 60 que foram levados a cabo testes com o objectivo de desenvolver possibilidades para a estruturação do cabo. Durante os quais se observou que quando se enrolava um cordão modelo numa bobine de 2m de diâmetro, o cordão rodava sobre o seu próprio eixo em ambos os sentidos, automaticamente equilibrando os comprimentos dos arames. Quando se removia o cordão da bobine o cabo tomava a sua forma original, sem que o repetido processo de enrolar e desenrolar afectasse as suas propriedades mecânicas.

Nos dias de hoje, no panorama das pontes suspensas, é prática comum a utilização de arames de 5 a 5.5mm formando secções de geometria hexagonal ou desta derivada (Figura 2.7). Os arames de 7mm são também utilizados mas mais comuns em pontes de tirantes.

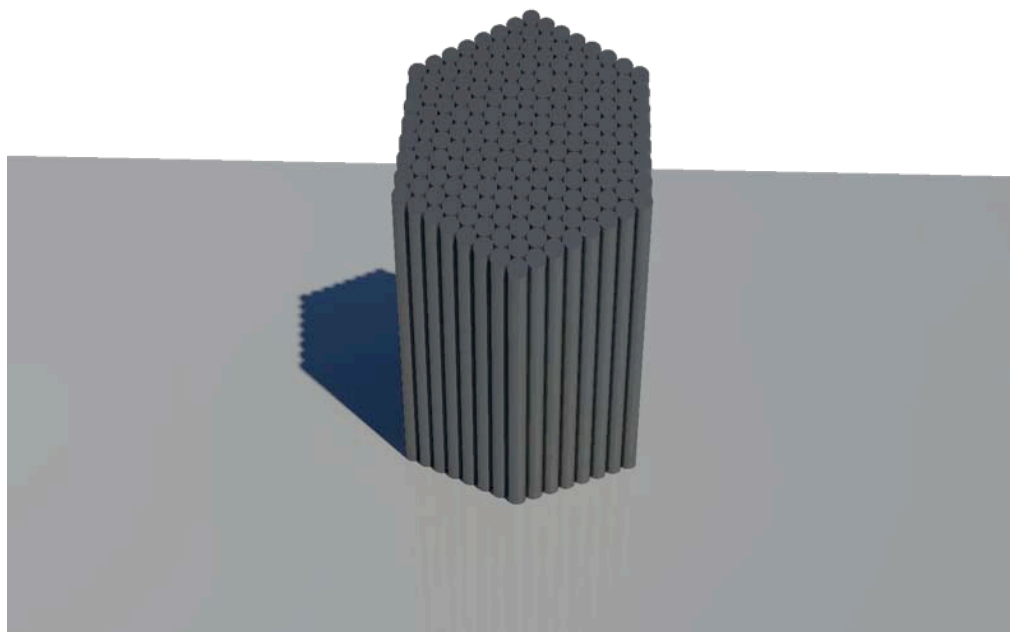


Fig. 2.7 – *Parallel-wire strands* ou cordões de arames paralelos

O Japão foi um dos pioneiros na adopção deste sistema e é, ainda hoje, onde se presencia a sua aplicação em maior volume e com secções tendencialmente maiores.

A aplicação deste tipo de cabos está mais vocacionada para estruturas como pontes suspensas ou suportadas por tirantes, nas quais desempenham papel de elemento principal para a transmissão de esforços.

A posição paralela dos arames traz inúmeras vantagens, nomeadamente a nível das propriedades mecânicas do conjunto. O módulo de Young  $E$  de tal configuração está próximo de  $200GPa$ , valor cerca de 10 a 20% mais elevado que nas soluções discutidas anteriormente; o mesmo acontece com a tensão de rotura, implicando que as outras soluções tenham que ser dimensionadas para uma tensão 10% mais elevada de modo a serem comparáveis com o *parallel-wire strand*.

Este tipo de cabo foi aplicado nas maiores pontes suspensas até hoje construídas, como a Brooklyn Bridge, a Humber Bridge, a Great Belt Bridge ou ainda a Akashi Kaikyo Bridge.

#### 2.2.4. *STRUCTURAL WIRE ROPES* – CORDA DE CABOS ESTRUTURAL

Este tipo de cabos consiste num cordão central cingido por outros seis cordões semelhantes, enrolados em forma de hélice. Cada um destes cordões é formado por pequenos arames bastante flexíveis, configurados à imagem dos *spiral strands*.

O papel desempenhado pelas cordas de cabos estrutural na construção é apenas tangencial. Este restringe-se usualmente ao auxílio na construção para realização de tarefas de elevação ou ao uso como cordas de deslizamento, ou seja, quando as propriedades de flexibilidade são fulcrais.

A sua aplicação estrutural resume-se a: cabos de bordadura para estruturas de membrana flexíveis; cabos de resguardo em escadas, varandas, pontes e vias pedonais; e ainda a cabos com propósitos temporários durante a construção.

O seu pequeno módulo de *Young* aliado a uma superfície extremamente débil e a uma resistência à corrosão baixa, são algumas das razões pelas quais estes elementos têm uma função apenas auxiliar na construção de estruturas.

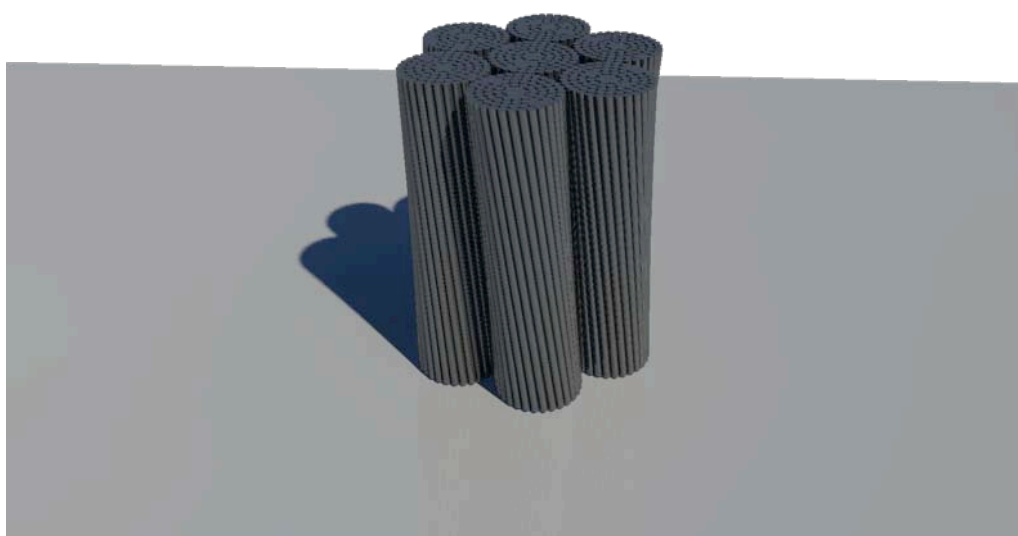


Fig. 2.8 – *Structural wire rope* ou corda de cabos estrutural

### 2.3. PROPRIEDADES MECÂNICAS

Os cabos sem histórico de tracções apresentam um comportamento tensão/extensão não-linear quando traccionados axialmente pelas primeiras vezes. Isto significa que até mesmo cabos com dimensões semelhantes têm de ser expostos a um ciclo de cargas e descargas antes que os seus comprimentos possam ser comparados. Sendo assim, o alongamento pode apenas ser previsto para cabos previamente tensionados.

Baseado neste facto, o módulo de *Young* do elemento pode apenas ser apurado após um ciclo de cargas e descargas. Os valores recomendados pelo Eurocódigo 3 Parte 1.11 desta grandeza dependem do tipo de cabo adoptado e material que o constitui. Este recomenda que se use  $150 \pm 10 \text{ kN/mm}^2$  e  $130 \pm 10 \text{ kN/mm}^2$  para cabos *spiral strands* de aço e aço inoxidável respectivamente. Para *full locked coils*, onde apenas se utiliza o aço como material, o valor estipulado pela norma é de  $160 \pm 10 \text{ kN/mm}^2$ . No caso dos *parallel-wire strands* os valores recomendados são superiores, variando entre 190 e  $210 \text{ kN/mm}^2$ . Os *structural wire rope*, cabos dotados de maior flexibilidade, são naturalmente providos de menores módulo de *Young* ( $70$  a  $110 \text{ kN/mm}^2$ ).

Relativamente à tensão nominal de cedência ( $f_u$ ) podem ser considerados, segundo a norma europeia, os valores de  $1770 \text{ N/mm}^2$  e  $1570 \text{ N/mm}^2$  para fios de aço de secção circular e secção Z

respectivamente. Para fios de aço de secção circular de aço inoxidável a tensão adoptada deverá ser de  $1450\text{N/mm}^2$ .

Estes elementos, são geralmente bastante sensíveis à acção da temperatura, deste modo, é importante definir o mais precisamente possível o coeficiente de expansão térmico ( $\alpha_T$ ), que depende apenas do material adoptado, sendo para o caso do aço  $12 \times 10^{-6}\text{K}^{-1}$  e  $16 \times 10^{-6}\text{K}^{-1}$  para elementos em aço inoxidável.

É com base nestas propriedades mecânicas que serão realizadas as análises estruturais estática e dinâmica, bem como o dimensionamento estrutural no Capítulo 5 e a análise faseada do processo construtivo no Capítulo 6.

De modo a manter a integridade destes elementos e as suas propriedades mecânicas é fulcral tomar medidas de protecção contra a corrosão. É importante que os materiais utilizados para este efeito sejam ambientalmente seguros e eficazes por um longo período de tempo, evitando custos de manutenção.

Os modos mais comuns de actuação relativamente à protecção dos elementos são: por medidas construtivas; por protecção dos fios individuais; por protecção do interior do cabo através do seu enchimento; ou por protecção da superfície dos cabos e respectivas conexões.

# 3

## ANÁLISE DO COMPORTAMENTO ESTRUTURAL DE CABOS

### 3.1. PRINCÍPIOS BÁSICOS DA ANÁLISE ESTRUTURAL DE CABOS

Na generalidade dos sistemas estruturais, a análise por métodos lineares é muitas vezes escolhida em detrimento da consideração da não linearidade do sistema, sendo que na relação *rigor da solução/esforço de cálculo* a escolha recai, na maioria dos casos, na penalização do rigor através da simplificação do cálculo. Este método vai sendo aceite visto os resultados obtidos pelos métodos lineares aproximados estarem do lado da segurança, embora na maioria dos casos com grandes sobredimensionamentos. A utilização deste método pode ainda ser tolerado, em alguns casos, pela grande complexidade que existe no estabelecimento de modelos que expressem acertadamente o comportamento considerando o efeito de todas as variáveis envolvidas.

Na sua perspectiva e formas mais tradicionais, os métodos baseados na teoria da elasticidade, como sejam o método das forças e dos deslocamentos e métodos iterativos, são estruturados tendo em conta o pressuposto da linearidade, considerando a proporcionalidade *causa/efeito* (traduzida para cargas – deslocamentos e tensões – deformações para a engenharia estrutural) desta característica.

Nos dias que correm é imperativo o uso de métodos numéricos, tal como o método dos elementos finitos. Este cálculo veio a ser facilitado pela generalização de programas informáticos de análise estrutural, que tratam hoje vários problemas, como o da não linearidade, da instabilidade ou da plasticidade, que eram em tempos de grande complexidade e morosidade. O princípio básico de funcionamento destes métodos reside na resolução de sistemas de equações de coeficientes não constantes, através de um processo iterativo, em que a solução vai sendo calculada a cada passo do cálculo a partir de uma forma linearizada dessas equações, que será corrigida até a um ponto de convergência, conseguida através da comparação entre iterações consecutivas e de critérios de minimização do erro.

Restringindo os problemas estruturais ao domínio da não-linearidade, podem distinguir-se neste campo duas categorias que apresentam naturezas bem distintas e poderão ou não ser exclusivas. Estas categorias tratam das questões geométricas da estrutura e do comportamento do material, podendo ser classificadas respectivamente como não-linearidade geométrica e não-linearidade material.

Aquando da aplicação de uma solicitação exterior ao sistema, é introduzido na estrutura um deslocamento adicional. Na maioria das estruturas este deslocamento, por ser diminuto, é desprezado, sendo que o seu efeito no comportamento estrutural é pouco significativo face a outros factores. Noutras estruturas, a alteração da geometria por deslocamentos modifica a forma como a carga interage no sistema, introduzindo deformações adicionais que forcem a consideração de efeitos de 2ª

ordem. Este problema pode, por simplificação, ser limitado a estruturas com grandes deslocamentos, obrigando a considerar o comportamento geometricamente não-linear, para o qual não existe proporcionalidade entre os deslocamentos e deformações.

Ainda sobre a não-linearidade geométrica é relevante referir que o problema está intimamente ligado à escolha do sistema de eixos referencial e se este se refere à configuração inicial não deformada, se à configuração final deformada, ou a uma configuração intermédia. O sistema mais conveniente apoia-se numa formulação *Lagrangeana* em que o referencial está ligado à estrutura não deformada, o que é vantajoso visto serem conhecidas as condições de fronteira iniciais. Existem ainda a formulação de *Euler*, baseada na configuração final da estrutura; e uma formulação híbrida ou mista (*Lagrangeana Modificada*), baseada num estado intermédio correspondente a um nível de carga já instalado.

A segunda forma de não-linearidade considerada é independente da geometria da estrutura e subordina-se apenas às propriedades do material. Numa análise linear considera-se que o comportamento que o material exhibe é linear elástico, de acordo com a lei de *Hooke*, para todos os pares tensões e deformações. Esta teoria, embora não correspondendo à realidade, adequa-se bastante bem para estruturas correntes em condições de serviço, visto os seus resultados serem aceitáveis. Numa análise linear são consideradas diversas simplificações que conduzem a um resultado menos correcto. Esta falta de precisão deve-se não só ao facto de o material ser considerado como perfeitamente homogéneo e que exhibe um comportamento linear, mesmo sob um estado elevado de tensão (que pode corresponder à realidade para um ponto de vista macroscópico no aço, mas não para um ponto de vista microscópico); mas também ao desenvolvimento de defeitos no material com o aumento de carga, que conduzem, geralmente, a situações de fadiga em metais, de fendilhação no betão e consequentemente à não-linearidade da estrutura.

No caso dos cabos de pontes suspensas, o efeito da não-linearidade geométrica tem um maior peso do que a não-linearidade referente às propriedades dos materiais.

É objectivo deste capítulo explorar o comportamento estático de um cabo sujeito a várias solicitações e estudar a geometria por este adoptada em casos tanto elásticos como não elásticos, analisando ainda a geometria de um cabo transversalmente carregado obtida através da equação da catenária e da aproximação da parábola.

Numa análise elástica do sistema são vários os factores que condicionam o seu comportamento, tais como: o peso próprio do cabo; a tensão ou extensão aplicada inicialmente; as condições de apoio do cabo; características mecânicas dos elementos; as solicitações exteriores; e potenciais efeitos de segunda ordem. A todas estas variáveis se aplica o factor da não-linearidade geométrica e material, que torna o problema de resolução complexa. Assim, é imperativo recorrer a simplificações que, reduzindo a morosidade do cálculo, permitam chegar a uma solução fidedigna em que o erro possa ser desprezado.

Uma das simplificações tem como base o pequeno valor da rigidez de flexão de um cabo, quando comparado com outro qualquer elemento de barra. Este é princípio que faz com que os cabos possam atingir tão grandes deformações sem o desenvolvimento de momentos flectores. Assim sendo, a sua rigidez à flexão pode ser desprezada, tendo em conta que o efeito que esta terá na geometria final do cabo será quase nulo.

### 3.2. CABO COMO ELEMENTO ESTRUTURAL INDIVIDUAL BÁSICO

Para que se possa compreender o comportamento de uma ponte suportada por cabos, tanto suspensa como atirantada, é necessário entender primeiro os princípios do comportamento do elemento básico



que as constitui face às diversas situações de solicitação. Como engenheiro tem-se o conhecimento intuitivo do comportamento de uma viga ou de um pilar quando este se encontra num sistema de transmissão de esforços. Para melhor entender o comportamento de cabos é fundamental pôr alguns desses conceitos de lado, uma vez que o seu comportamento é, em parte, diferente do de vigas e pilares.

Num sistema estrutural suportado por cabos, estes poderão ter a função de transferir tanto esforço axial como esforço transverso.

Um bom exemplo de um cabo sujeito apenas à transmissão de esforço axial é um tirante presente numa ponte atirantada ou um pendural de uma ponte suspensa. Neste caso, a transferência de esforços assemelha-se à de uma diagonal traccionada de uma treliça, em que existem apenas esforços axiais.

O cabo principal de uma ponte suspensa será o exemplo ideal para um cabo que transmite esforço transverso. A transferência de esforços transversos nesta estrutura tem uma performance análoga à de uma viga simplesmente apoiada.

As analogias de transmissão de esforços foram feitas segundo Gimsing (1997) e estão ilustradas na Figura 3.1..

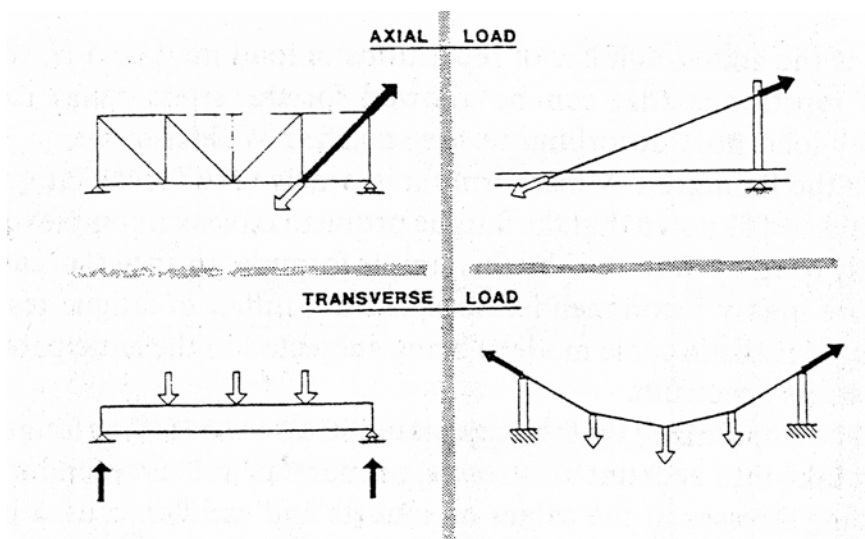


Fig. 3.1 – Analogia de cabos com outros elementos estruturais (Gimsing (1997))

### 3.2.1. CABO SUJEITO A CARREGAMENTO TRANSVERSAL

Atrás, foi comparado um cabo que transmite esforço transverso com uma viga, argumentando que a transferência de esforços é feita de uma forma análoga. Apesar de algumas semelhanças, a verdade é que estes dois métodos apresentam grandes diferenças.

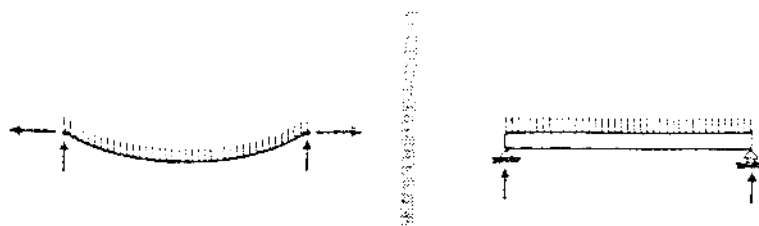


Fig. 3.2 – Reacções nos apoios do sistema cabo (esquerda) e da viga (direita) (Gimsing (1997))

Comparem-se então dois sistemas estruturais em que o elemento de transmissão de esforços transversos é, para o primeiro caso, um cabo e, no segundo caso, uma viga. Em ambos os casos o vão  $L$  a ultrapassar terá o mesmo valor e a carga vertical uniformemente distribuída  $p$  será aplicada em todo o comprimento de ambos os elementos, como ilustrado na Figura 3.2.

Relativamente às condições de suporte para uma viga horizontal sob carregamento vertical, basta que esta esteja suportada verticalmente em ambos os extremos para se encontrar em equilíbrio estático, o que não acontece com o cabo, que necessita de apoios tanto verticais como horizontais em ambas as extremidades.

Pode afirmar-se que as reacções horizontais estão intimamente relacionadas com a geometria do cabo, mais concretamente com a flecha  $f$  a meio vão que este apresenta. O valor do esforço axial  $T_C$  a meio vão é puramente horizontal e depende em grande parte do valor da flecha  $f$ , na medida em que é inversamente proporcional a este. Isto significa, que na hipótese de o cabo ter uma geometria perfeitamente horizontal com um valor da flecha nulo, o esforço axial  $H$  (componente horizontal de  $T_C$ ) gerado seria infinito. Podemos assim concluir que a geometria do cabo sujeito a este tipo de carregamento é de extrema importância para a sua eficiência.

No caso da viga, a sua configuração geométrica não apresenta a mesma importância relativamente à transferência de esforços, sendo que a geometria mais simples, na qual a viga toma uma posição estritamente horizontal, será também a estruturalmente mais eficiente. Variações da geometria, sujeitas às mesmas solicitações, apresentam pequenas variações na dimensão necessária da secção. Como é o caso de uma viga côncava e uma convexa, ambas com a mesma flecha e sujeitas às mesmas acções, apresentam o mesmo valor de momento flector a meio vão, não sendo este dependente do valor da flecha.

A principal vantagem da adopção do cabo como o elemento estrutural transmissor de esforços reside na grande eficiência deste quando sujeito a esforços de tracção. Gimsing (1997) ilustra esta vantagem no seu livro com o exemplo da Figura 3.3., em que um cabo e uma viga são sujeitos a uma carga transversal uniformemente distribuída de 27kN/m segundo um vão de 30m. Perante estas condições, a viga foi dimensionada com uma altura de 1m e um peso próprio de 8.2 toneladas; enquanto o cabo, ao qual foi atribuída uma flecha de 3m, foi dimensionado com um diâmetro de 50mm que conduz a um peso próprio de 0.4 toneladas. O peso próprio do cabo seria aproximadamente 20 vezes menor que o da viga para a mesma capacidade de carga. É bastante aliciante, após um exemplo como o anterior, concluir que o cabo deveria ser a solução de eleição para a maior parte dos problemas estruturais, sendo que a pequena quantidade de material estrutural necessária, face à de uma viga, é uma das principais vantagens da utilização deste elemento. No entanto, nem toda a realidade do problema é ilustrada neste exemplo.

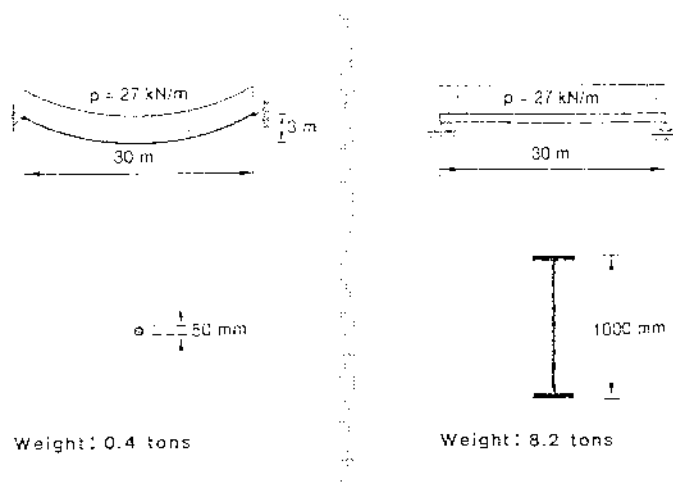


Fig. 3.3 – Comparação entre um cabo e uma viga ambos sujeitos à uniforme (Gimsing (1997))

Quando se trata de estruturas reais, especialmente pontes, na generalidade das situações o cabo não pode suportar directamente o tabuleiro, sendo necessária a introdução de elementos adicionais à estrutura. Para o suporte do tabuleiro são necessárias vigas principais que acompanham o tabuleiro ao longo de todo o seu comprimento; vigas transversais, que ligam as várias vigas principais; e ainda pendurais, cabos dedicados à transmissão de esforços do tabuleiro para os cabos de catenária. Enquanto na solução vigada o tabuleiro pode assentar directamente em cima destas, o que se torna, em termos de eficácia, bastante vantajoso para vãos de menores dimensões.

A questão do suporte é também importante nesta análise. De acordo com o exemplo anterior, e com o que acontece na generalidade dos casos de pontes suportadas por cabos, os pontos de suporte do cabo estariam a uma certa altura acima do tabuleiro. Estes pontos de suporte estão sujeitos a elevadas solicitações horizontais, fazendo com que seja impraticável a utilização somente de pilares verticais para equilibrar a estrutura. Será então necessário continuar os cabos como cabos de retenção (*backstays*) até aos blocos de ancoragem. Nos casos em que o carregamento apenas tenha que ser suportado ao longo de um vão, o comprimento do cabo principal será substancialmente maior que o da viga. O comprimento extra, necessário para atingir os blocos de ancoragem, pode ser considerado reduzido no caso de uma estrutura típica de três vãos. No caso da utilização de vigas como elemento estrutural as reacções serão puramente verticais, não havendo necessidade de adicionar elementos ao sistema ou podendo usar apenas colunas verticais como elementos de suporte.

Outra questão relevante na comparação dos dois sistemas é o sistema de fundação. No caso do cabo, serão necessários blocos de ancoragem de grandes dimensões e com pesos próprios elevados para conseguir fazer face os esforços tanto horizontais como verticais transferidos pelo cabo e fazer o interface destes com o solo. O sistema de vigas transmitirá às fundações essencialmente esforços verticais, fazendo com este sistema presente mais uma vez vantagem sob o anterior.

Resumindo todos os pontos anteriores, verifica-se que a única vantagem que o sistema de cabos como elemento estrutural apresenta face ao sistema de vigas é o baixo consumo de material estrutural. Esta vantagem é muito mais evidente quando se caminha para grandes dimensões de vãos, em que o sistema de cabos será sempre o preferido. Quando o tamanho dos vão tende para menores valores, a preferência recai em estruturas vigadas ou em forma de caixão.

É também interessante fazer uma comparação dos dois sistemas no que toca à deformação aquando do carregamento transversal.

Uma das diferenças mais notáveis é o comportamento face a uma carga concentrada. No sistema de cabos forma-se uma curvatura acentuada no ponto de aplicação da carga. Quando a carga é aplicada no sistema de vigas, a deformação irá aparecer sob a forma uma curvatura suave e contínua.

Um cabo carregado transversalmente vai apresentar na sua geometria a forma da curva funicular da carga aplicada, o que implica que este sofra uma mudança de geometria mais acentuada que a de uma viga quando sujeito ao mesmo esquema de cargas.

Em repouso, com o cabo descarregado, este vai exibir uma curva correspondente ao funicular do peso próprio, que pode ser aproximada ao de uma carga uniformemente distribuída. Após a aplicação de cargas este vai sofrer deformações, não só devidas à sua elasticidade, mas também resultantes da alteração da sua geometria. A contribuição de cada um destes dois factores para o deslocamento vertical a meio vão do cabo dependerá da uniformidade da carga aplicada.

Para ilustrar tais deslocamentos no cabo quando sujeito a carregamento transversal Gimsing (1997) fez um pequeno estudo que de seguida será transcrito.

O objecto deste estudo foi um cabo horizontal com comprimento de 1000m ( $2a$ ) e uma secção transversal de  $0.56\text{m}^2$  sujeito a um carregamento transversal simétrico não uniforme.

Inicialmente, o cabo está sujeito a uma carga permanente que é assumida como uniformemente distribuída e com um valor de  $220\text{kN/m}$ . Nesta fase, a geometria do sistema consiste numa parábola de segundo grau com uma flecha a meio vão de 100m. Como ilustrado na Figura 3.4., uma sobrecarga de  $80\text{kN/m}$  é aplicada simetricamente a meio vão, num comprimento de  $2b$ . Este autor, com base em vários valores de rácios  $b/a$ , calculou os valores dos deslocamentos a meio vão e relacionando estes dois parâmetros criou o gráfico da Figura 3.5. de onde se podem tirar conclusões acerca da contribuição do deslocamento devido à mudança de geometria (considerando um cabo inextensível) e do deslocamento devido ao alongamento do cabo e à respectiva elasticidade.

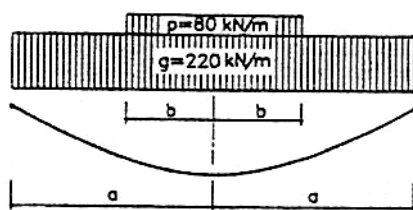


Fig. 3.4 – Cabo sujeito a sobrecarga distribuída simétrica aplicada a meio vão (Gimsing (1997))

Deve, desde já, ter-se em atenção que todas as análises efectuadas no seguimento deste estudo admitem pontos de suporte completamente fixos tanto vertical como horizontalmente, o que não acontece em estruturas reais, nas quais é comum existir alguma flexibilidade nos apoios.

Analisando a Figura 3.5. podemos verificar que o maior deslocamento total a meio vão acontece quando o rácio  $b/a$  é de aproximadamente 0.4, que corresponde a um comprimento de acção da sobrecarga de cerca de 40% do vão, enquanto para uma rácio  $b/a$  de 1, ou seja, uma sobrecarga actuante em todo o comprimento do vão, o valor total do deslocamento vertical será cerca de metade do máximo valor obtido.

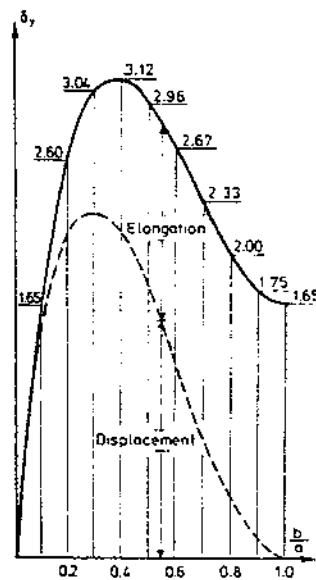


Fig. 3.5 – Variação dos deslocamentos a meio vão para os diferentes valores de  $b/a$  (Gimsing (1997))

Para o valor máximo do deslocamento total, com o rácio  $b/a$  de cerca de 0.4, as contribuições devidas à alteração de geometria e devidas ao alongamento do elemento são de aproximadamente  $\frac{2}{3}$  e  $\frac{1}{3}$  do deslocamento total respectivamente. Para a sobrecarga actuando em todo o vão o deslocamento é unicamente devido ao alongamento do cabo.

É também pertinente salientar que, para uma sobrecarga presente em 10% do vão, o deslocamento total toma valores semelhantes aos de um carregamento ao longo de todo o vão. Sendo que na primeira situação este é quase unicamente devido à alteração da geometria do cabo, enquanto que no segundo caso é estritamente devido ao alongamento.

Pode novamente comparar-se o comportamento do cabo face ao de uma viga no que toca aos deslocamentos para várias configurações de carregamento transversal.

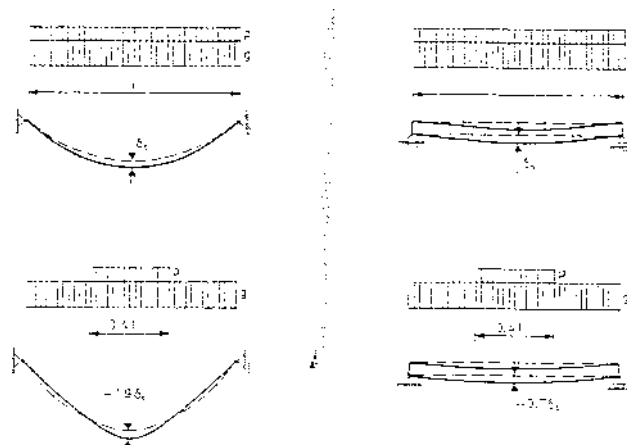


Fig. 3.6 – Comparação de deflexões entre um cabo e uma viga sujeitos (Gimsing (1997))

A comparação entre estes dois sistemas, para o caso de uma carga uniformemente distribuída e uma sobrecarga aplicada simetricamente em relação ao meio vão, é ilustrada na Figura 3.6. Para tal combinação de carregamentos da viga o maior deslocamento a meio vão  $\delta_b$  para o maior valor de sobrecarga, ou seja, quando esta actua em todo o vão, enquanto que para um rácio  $b/a$  de 0.4, no qual o valor do deslocamento máximo para o cabo decrescerá aproximadamente 70% ( $\approx 0.7\delta_b$ ). No sistema do cabo, o deslocamento total a meio vão cresce cerca de 90%, quando o mesmo valor de sobrecarga é aplicada em 0.4  $L$  a meio vão, em vez de em todo o comprimento do vão.

Mais uma vez se confirma que se uma analogia directa e sem precauções fosse feita entre o comportamento do cabo e do de uma viga os resultados obtidos seriam enganadores. Neste caso, se partíssemos do pressuposto de que o maior deslocamento no cabo ocorre quando a sobrecarga actua em todo o comprimento do vão, tal como sucede na viga, estaríamos a subestimar este parâmetro no cabo em aproximadamente metade do seu valor.

Ainda com a mesma combinação de cargas, com a sobrecarga simétrica a meio vão, outra análise pertinente foi realizada. Neste caso, fez-se variar a relação entre a flecha máxima a meio vão do cabo com o seu comprimento de vão ( $f/L$ ) com a deflexão total a meio vão  $\delta_c$ . De tal análise resultou o gráfico da Figura 3.7. em que as curvas para rácios  $b/a$  de 0.4 e de 1.0 podem ser comparadas. Se a relação flecha( $f$ )/vão( $L$ ) fosse escolhida com base no comportamento à flexão de uma viga, ou seja, partindo do pressuposto que a situação mais desfavorável acontece com o rácio  $b/a$  igual a 1.0, a opção recairia em valores extremamente grandes. Tal afirmação não poderia estar mais longe da verdade, isto porque a variação para um rácio  $b/a$  de 0.4 resulta em valores inversos, ou seja, o deslocamento vertical a meio vão  $\delta_c$  cresce com o valor da relação  $f/L$  para valores de  $f/L$  que ultrapassem 0.12. Esta constitui a principal razão pela qual a relação entre o a flecha a meio vão e o comprimento total do vão toma normalmente valores no intervalo de 1/9 a 1/11 para os vãos principais de pontes suspensas. (Gimsing (1997))

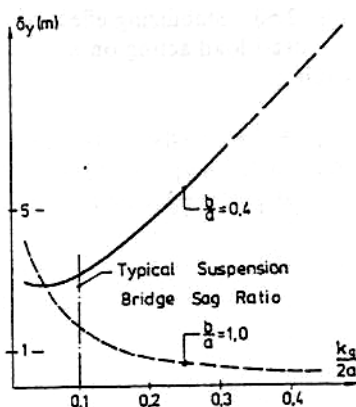


Fig. 3.7 – Relação entre  $f/L$  e o deslocamento a meio vão para um cabo horizontal sujeito a uma carga distribuída simétrica quando esta actua em 100% e 40% do vão (Gimsing (1997))

No caso de sobrecargas aplicadas de forma não simétrica são também evidentes as diferenças entre uma viga e um cabo. Na Figura 3.8. está ilustrada a comparação dos dois sistemas, ambos sujeitos a uma carga permanente, uniformemente distribuída em todo o vão, e uma sobrecarga, uniformemente distribuída em metade do vão; é também ilustrado, o caso em que a carga permanente é duplicada e as consequências de tal situação a nível de deslocamentos.

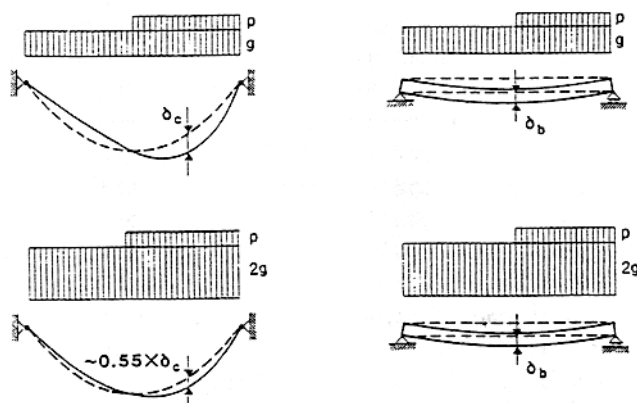


Fig. 3.8 – Comparação do maior deslocamento num cabo e numa viga quando sujeitos a cargas distribuídas não simétricas (Gimsing (1997))

De acordo com Gimsing (1997) o facto de a carga permanente ser duplicada introduz um efeito estabilizador no cabo. Este efeito é de tal ordem que a deflexão máxima  $\delta_c$  presente no primeiro caso é reduzida para cerca de  $0.55 \delta_c$ . Tal efeito deve-se ao facto de o desvio entre as curvas funiculares para os casos de apenas acção da carga permanente e de acção das duas cargas ser menor quando a carga permanente se vê aumentada. É bastante importante que este facto seja tido em conta aquando do dimensionamento estrutural, visto que muitos dos projectistas tendem a minimizar o peso do tabuleiro, o que induzirá maiores deslocamentos no cabo quando sujeito a carregamentos assimétricos.

### 3.2.2. CABO SUJEITO A CARREGAMENTO AXIAL

Interessa nesta secção discutir o comportamento de um cabo sujeito apenas à acção de carregamento axial. Não irá ser considerada nesta análise o cabo com orientação puramente vertical, em que o peso próprio está orientado segundo a direcção axial, exemplo típico deste caso é o pendural de uma ponte suspensa. Este caso não será considerado dada a sua simplicidade de definição geométrica e de cálculo estático. Tem interesse apenas o estudo dos cabos inclinados e no limite horizontais, visto estes estarem sujeitos à acção do peso próprio numa direcção transversal ao cabo, exemplos típicos de tal elemento estrutural são os cabos de uma ponte atirantada e os cabos de retensão (“backstays”) típicos dos vãos secundários sem pendurais numa ponte suspensa.

Como referido no ponto anterior, a flecha  $f$  tem grande importância tanto na definição da geometria como da ordem de grandeza dos esforços desenvolvidos no cabo e portanto na definição das secções transversais. A flecha em cabos carregados axialmente não é necessária para o seu bom comportamento estrutural, mas esta é inerente à estrutura quando o cabo não é vertical.

Visto a acção do peso próprio ser relativamente modesta quando comparado com o esforço axial, a presença da flecha, resultado do peso próprio, vai ser pouco perceptível à distância ou de ângulos menos favoráveis. Este efeito passa muitas vezes despercebido em cabos atirantados, dada a sua pequena dimensão, em que usualmente o rácio  $f/L$  assume valores entre 1 e 10 por cento dos valores encontrados nos cabos de pontes suspensas.

Dado que a flecha é indesejada neste tipo de elemento estrutural, devido à perda de rigidez do mesmo, há que tomar medidas para o minimizar. O valor do rácio  $f/L$  vai ser proporcional à densidade do

material e inversamente proporcional à sua resistência. Importa então usar materiais com grande rácio *resistência / densidade*, com vista a conseguir uma flecha com valores aceitáveis.

À imagem da analogia feita no ponto anterior com uma viga vai ser também aqui exposta uma comparação entre cabo axialmente carregado com um elemento de barra capaz de fazer face tanto a esforços de tracção como de compressão.

Para o elemento de barra, com comprimento inicial  $l_0$ , é intuitivo o seu comportamento face a esforços axiais, em que o seu comprimento vai alongar quando sujeito a tracções e contrair na presença de compressões. Tal não se verifica no elemento de cabo, com as mesmas características de secção transversal  $A_0$  e comprimento não esticado  $l_0$ , que quando não sujeito a nenhuma acção axial terá um vão entre apoios nulo, que tenderá para o valor assintótico do comprimento do elemento em barra  $L$ , comportamento ilustrado pela Figura 3.9. Nesta figura pode ser observado que, numa fase inicial, a inclinação na curva  $L/T_C$  é bastante pequena, traduzindo o efeito já discutido da flecha na redução de esforços no cabo e demonstrando a flexibilidade deste elemento na fase inicial. Quando o comprimento do cabo passa além do valor  $l_0$  verifica-se um aumento brusco da força no cabo, mais uma vez devida ao efeito da flecha.

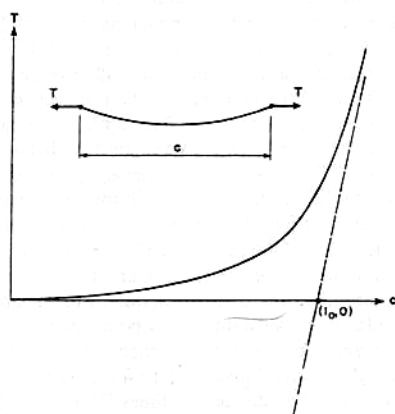


Fig. 3.9 – Curva Força/Comprimento do cabo para um cabo horizontal (Gimsing (1997))

É vantajoso, no cálculo de sistemas deste tipo, a consideração de tensão aplicada no cabo, apenas após o limite  $T_0$  (tensão devida somente à acção do peso próprio) para a qual o comprimento do cabo traccionado iguala o comprimento do cabo não esticado. Movendo o eixo  $T$  para o  $L = l_0$ , situação ilustrada na Figura 3.10, pode considerar-se, a partir daqui, uma relação linear entre estas variáveis. A linearização do comportamento do material só pode ser levada até certos valores de tensão, a partir dos quais se recomenda, devido ao comportamento não linear da geometria, o cálculo através de programas informáticos de análise não linear geométrica ou, em última instância, a linearização do comportamento do material através do cálculo de valores efectivos para o módulo de *Young*, método bastante moroso e ingrato visto requerer cálculo iterativo.



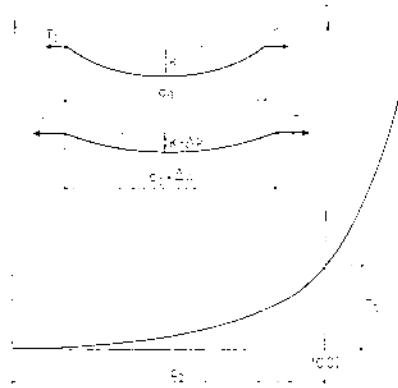


Fig. 3.10 – Alteração do sistema de eixos da curva Força/Comprimento do cabo de um cabo horizontal (Gimsing (1997))

### 3.2.3. PARÂMETRO $\lambda^2$ DE IRVINE E SEU INTERESSE NA ANÁLISE DE CABOS

Foi durante a década de 70 que *Irvine* introduziu pela primeira vez o parâmetro  $\lambda^2$  na análise tanto estática como dinâmica de cabos. Desde então, tal parâmetro tem vindo a ser usado por inúmeros autores.

*Irvine* define o parâmetro  $\lambda^2$  como uma variável adimensional fundamental no estudo de cabos elásticos. Essencialmente, o valor desta variável dá-nos informação sobre o estado de tensão de um cabo permitindo diferenciar cabos aplicados numa ponte suspensa (pouco tensos), de cabos aplicados em pontes atirantadas ou mesmo pendurais (muito tensos). Na sua dedução, o autor chegou à seguinte equação:

$$\lambda^2 = \left( \frac{m g L}{H} \right)^2 \frac{L}{\left( \frac{H L_e}{E A} \right)} \quad (3.1)$$

onde  $H$  é a componente horizontal do esforço axial no cabo;  $A$  a área de secção transversal;  $g$  a aceleração gravítica;  $L$  o comprimento do vão;  $E$  o módulo de *Young* e  $L_e$  o comprimento virtual do cabo que pode ser definido por:

$$L_e = \int_0^l \left( \frac{ds}{dx} \right)^3 dx \approx L \left( 1 + 8 \left( \frac{d}{L} \right)^2 \right) \quad (3.2)$$

O parâmetro de *Irvine*  $\lambda^2$  pode ser compreendido como a aplicação de duas molas em série, cada uma com uma rigidez específica. No caso de um cabo detentor de flecha, considerando que o cabo está a ser esticado em ambas as extremidades, a rigidez de uma das hipotéticas molas corresponde à tendência que o cabo tem em resistir à diminuição da flecha, devido ao seu peso próprio e vale  $12H/[L(m g L/H)^2]$ . A restante rigidez pertence à componente axial e pode ser quantificada por  $EA/L$ .

Existem dois casos possíveis aquando da análise do parâmetro de *Irvine*: ou este é grande com valores superiores à centena; ou é pequeno com valores inferiores à unidade.

O primeiro caso, em que  $\lambda^2 > 100$ , abrange os sistemas de cabos suspensos que apresentam pequenos, mas não desprezáveis, rácios  $f/L$ . Este caso é aplicável aos cabos principais de todas as pontes suspensas.

O segundo caso, em que  $\lambda^2 < 1$ , abraça os cabos rectilíneos nos quais a parcela  $m.g.L/H$  é muito pequena; cabos com grande elasticidade nos quais o valor de  $E$  é muito pequeno. Podem ocorrer três situações distintas para que o parâmetro de *Irvine* apresente valores baixos: a parcela  $m.g.L/H$  é pequena mas o módulo de *Young*  $E$  tem um valor grande, para cabos tensos em que a variação da flecha tende para 0,  $\Delta f \rightarrow 0$ ; ambos os valores de  $m.g.L/H$  e de  $E$  são pequenos e assim a variação da flecha  $\Delta f$  é finita; e ainda quando  $m.g.L/H$  toma valores próximos da unidade e  $E$  é pequeno, implicando que  $\Delta f \rightarrow \infty$ .

### 3.3. EQUAÇÃO DE FORMA

Foi pela primeira vez no século XVII estudada a equação de um cabo ou corrente flexível e inextensível, fixo em dois apoios e sujeita somente ao peso próprio. Nesta análise, *Galileu* chegou à conclusão de que a equação parabólica simulava perfeitamente este sistema. Em 1669, *Jungius* provou que a solução da parábola estava errada.

Mais tarde nesse século, em 1691, *Jacob Bernoulli* em conjunto com o seu irmão *Jonhann Bernoulli*, *Christiaan Huygens* e *Leibniz* publicam a solução matemática do problema da ‘chain-curve’. A expressão ‘catenária’ foi usada pela primeira vez por *Huygens* numa carta escrita a *Leibniz* em 1690. Ainda durante 1690 *David Gregory* escreveu um artigo sobre a equação da catenária.

Uma das soluções mais interessantes desenvolvidas após este período, foi obtida em 1826 por *Gilbert*, que investigou uma catenária com tensão constante, na qual, a área de secção transversal do cabo variava ao longo do seu comprimento.

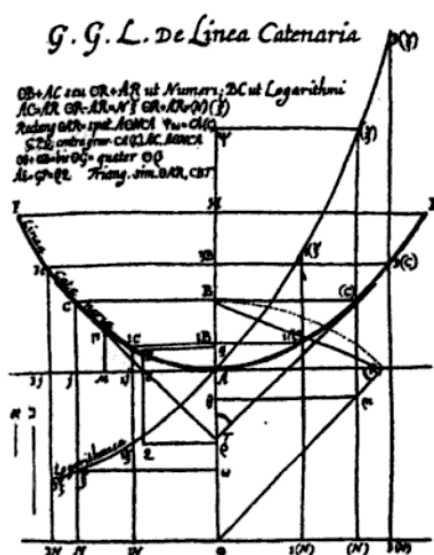


Fig. 3.11 – Solução da curva da catenária por *Leibniz* (Steen Krenk (2001))

Em 1794 o Eng. *Fuss*, enquanto projectava uma ponte suspensa, descobriu que se o peso do cabo fosse assumido como distribuído no comprimento do vão em vez de ao longo do comprimento do cabo, este tomaria a forma da equação parabólica. A partir desse momento o cabo de forma parabólica recebeu grande projecção, principalmente pela simplicidade da equação da parábola quando comparada com a da catenária. Esta aproximação apresenta-se em teoria legítima, ainda mais para o estudo de uma ponte suspensa, na qual o peso próprio do tabuleiro (carga uniformemente distribuída ao longo do vão) tem mais relevância do que o peso próprio do cabo.

Até 1858, além de algumas tentativas de *Jacob Bernoulli*, ninguém teve a preocupação de considerar a elasticidade do cabo e o aumento da flecha que esta proporciona. Foi nesse momento que *Rankine* apresentou uma solução que considerava uma aproximação do aumento da flecha de um cabo com a forma de uma parábola e comportamento elástico. A solução análoga para a catenária elástica foi apresentada cerca de trinta anos mais tarde, em 1891, por *Routh*.

Admitindo que o cabo está sujeito a uma carga uniformemente distribuída ao longo do vão e que o peso próprio dos pendurais é, para efeitos de simplificação, negligenciado, a ‘equação de forma’ é suportada numa das seguintes soluções (Lewis (2003)):

- Parábola – considerando um cabo lateralmente flexível, inextensível e sem peso próprio sujeito a uma carga uniformemente distribuída ao longo do vão;
- Catenária – admitindo novamente um cabo lateralmente flexível, inextensível, mas no qual o peso próprio é muito superior ao do tabuleiro;
- Uma curva log-secant – para um cabo sob tensão constante onde actua apenas o peso próprio.

Admitiu-se, por simplificação, que a carga do tabuleiro era aplicada como uniformemente distribuída, mas na realidade esta é aplicada como um conjunto de cargas pontuais pelos pendurais. Todos estes casos representam vários níveis de aproximação do problema real, em que o cabo apresenta propriedades elásticas.

As equações de forma para um cabo inextensível e extensível são deduzidas nas secções seguintes para as situações em que apenas o peso próprio do cabo é considerado e em que são considerados os carregamentos dos pesos próprios do cabo e do tabuleiro.

### 3.3.1. EQUAÇÃO DE FORMA PARA CABOS SUSPENSOS INEXTENSÍVEIS

A forma mais simples de introduzir o tema da equação de forma será começar pelo caso mais simplificado, em que não existe elasticidade no cabo. Nesta secção vão ser definidas as equações de forma para a aproximação parabólica, a catenária e ainda para o cabo com tensão constante.

Antes de mais, é necessário estudar brevemente o sistema de equilíbrio de forças num cabo suspenso. A Figura 3.12 representa um cabo de uma ponte suspensa e nela são definidas as variáveis envolvidas no equilíbrio de forças do cabo:  $T_C$  aparece como a força axial presente no cabo a um dado comprimento de arco  $s$  em relação ao centro do vão;  $q_D$  é o peso próprio do tabuleiro por unidade de comprimento e pode ser definido por  $q_D = w \cdot g$ , onde  $w$  é a densidade do tabuleiro e  $g$  a constante de aceleração gravítica;  $m$  é a densidade do cabo (a sua massa por unidade de comprimento); e  $\mu$  a densidade dos pendurais (a sua massa por unidade de área assumindo os pendurais como uma ‘cortina’ continua de material limitada pelo cabo e pelo tabuleiro).

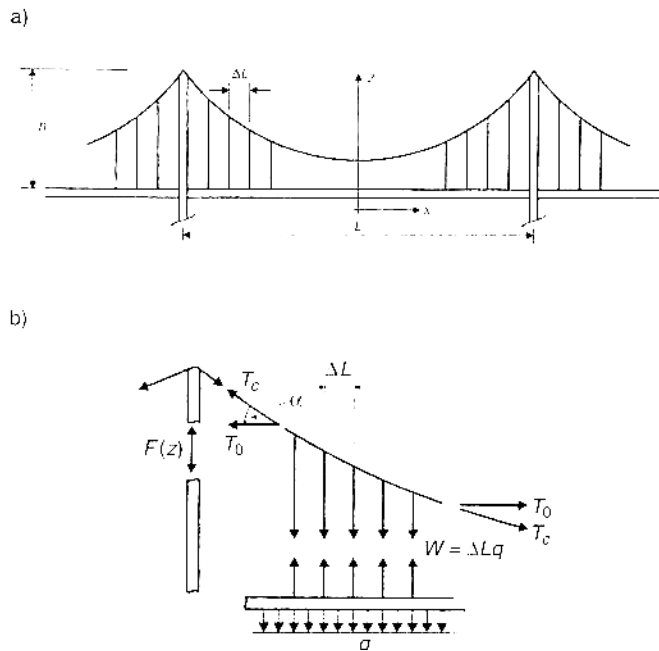


Fig. 3.12 – a) Vista geral de uma ponte suspensa b) Detalhe do cabo e transmissão de esforços envolvidas (Lewis (2003))

Fazendo o equilíbrio vertical de forças no cabo:

$$\left( T_C \sin \alpha + \frac{d}{ds} (T_C \sin \alpha) ds \right) - T_C \sin \alpha - mg ds - (q_D dx + z \mu g dx) = 0 \quad (3.3)$$

E o equilíbrio horizontal:

$$\left( T_C \cos \alpha + \frac{d}{ds} (T_C \cos \alpha) ds \right) - T_C \cos \alpha = 0 \quad (3.4)$$

Simplificando as duas equações de equilíbrio:

$$\frac{d(T_C \sin \alpha)}{ds} \cdot \frac{ds}{dx} = q_D + mg \frac{ds}{dx} + \mu g z \quad (3.5)$$

$$\frac{d(T_C \cos \alpha)}{ds} ds = 0 \quad (3.6)$$

Usando:

$$\frac{ds}{dx} = \sqrt{1 + z'^2}, \quad z' = \frac{dz}{dx}$$

Podem ser substituídos nas equações (3.5) e (3.6) obtendo respectivamente:

$$\frac{d(T_C \sin \alpha)}{dx} = q_D + mg\sqrt{1 + z'^2} + \mu gz \quad (3.7)$$

$$T_C \cos \alpha = \text{const.} \quad (3.8)$$

Aplicadas à origem, com  $x = 0$ , obtém-se a tensão a meio vão, que é também a tensão horizontal no pilar:

$$T_C \cos \alpha = H \quad (3.9)$$

Substituindo na equação (3.7) vem:

$$\frac{d}{dx}(H \tan \alpha) = q_D + mg\sqrt{1 + z'^2} + \mu gz \quad (3.10)$$

Sabendo que  $\alpha = dz/dx$ , a equação de forma de um cabo inextensível vem:

$$\frac{d^2 z}{dx^2} = a + b\sqrt{1 + z'^2} + cz, \quad a = \frac{q_D}{H}, \quad b = \frac{mg}{H}, \quad c = \frac{\mu g}{H} \quad (3.11)$$

Esta equação definida em (Lewis (2003)) não conduz a uma solução geral bem definida, mas para certas condições de carregamento permite prever uma variedade de curvas que definem a geometria do cabo.

#### 3.3.1.1. A aproximação parabólica

Para esta análise, o peso dos cabos e dos pendurais será desprezado, considerando apenas para o cálculo o peso próprio do tabuleiro que aparece como uma carga uniformemente distribuída e conduz, como já vimos, a uma geometria parabólica. Visto que os pendurais e cabo são considerados sem peso

próprio, pode desde já concluir-se que os parâmetros  $b$  e  $c$  da equação (3.11) serão nulos. Adaptando a equação (3.11) a esta nova situação:

$$\frac{d^2z}{dx^2} = a \quad (3.12)$$

Integrando a expressão anterior:

$$z = \frac{1}{2}ax^2 + C_1x + C_2 \quad (3.13)$$

Em que  $C_1$  e  $C_2$  são as constantes de integração. Para se poder resolver o integral completamente é necessário definir os valores de  $C_1$  e  $C_2$ , para tal, o sistema é assumido como simétrico em relação ao meio vão. Para  $x = 0$ , os valores de  $z(0)$  e de  $z'(0)$  tomam ambos o valor de zero, transformando a eq. (3.13) em:

$$z = \frac{1}{2}ax^2 = \frac{q_D}{2H}x^2 \quad (3.14)$$

A expressão anterior é dependente de  $H$ , a componente horizontal da força presente ao longo de todo o cabo. É legítimo dizer que para  $x = L/2$ , ou seja, quando o cabo intersecta o pilar, a sua altura em relação ao referencial é  $h$ . Tomando partido desta condição:

$$h = \frac{q_D}{2H} \frac{L^2}{4} \quad (3.15)$$

e consequentemente:

$$H = \frac{q_DL^2}{8h} \quad (3.16)$$

que pode ser substituído na equação (3.14) para obter a equação de forma:

$$z = \frac{4h}{L^2}x^2 \quad (3.17)$$

Assim, obtém-se a equação de forma de um cabo inextensível sujeito apenas à carga uniformemente distribuída do tabuleiro aproximada a uma parábola.

Desta teoria, pode concluir-se que a geometria do cabo não depende da magnitude da carga  $q_D$  aplicada no cabo se não for considerada a elasticidade do material.

### 3.3.1.2. A catenária inelástica

Como já referido, para obter uma equação de forma que seja traduzida pela catenária as cargas actuantes no cabo devem ser apenas uniformemente distribuídas ao longo do comprimento do cabo, tal como o seu peso próprio. Para a seguinte análise, vai considerar-se somente o peso próprio do cabo e admitir-se a carga devida aos pendurais e ao tabuleiro desprezáveis. Para esta situação, os parâmetros  $a$  e  $c$  da equação (3.11) são zero, sendo que esta pode vir a ser traduzida em:

$$\frac{d^2 z}{dx^2} = b\sqrt{1 + z'^2} \quad (3.18)$$

Para desenvolver a expressão anterior é útil introduzir uma nova variável  $u$  que é definida como:

$$\sinh u = \frac{dz}{dx} \quad (3.19)$$

ou seja:

$$u = \sinh^{-1}\left(\frac{dz}{dx}\right) \quad (3.20)$$

que permite reduzir a equação (3.18) a:

$$\frac{du}{dx} = b \quad (3.21)$$

que integrando:

$$u = bx + C_1 \quad (3.22)$$

Mais uma vez, é necessário recorrer a condições de simetria da equação do cabo para encontrar o valor de  $C_1$ . Assim, para  $x = 0$ ,  $z(0) = z'(0)$  e consequentemente  $u(0)$  vale também zero, o mesmo acontece com a constante de integração  $C_1$ . Substituindo na equação (3.21) temos:

$$\sinh bx = \frac{dz}{dx} \quad (3.23)$$

integrando esta expressão:

$$z = \frac{1}{b} (\cosh bx - 1) \quad (3.24)$$

A eq. (3.24) é traduzida em (Lewis (2003)) na expressão mais comum da catenária:

$$z = k \left( \cosh \frac{x}{k} - 1 \right) \Leftrightarrow \frac{z}{k} = \cosh \frac{x}{k} - 1 \quad (3.25)$$

O parâmetro  $k$  introduzido pode ser definido por:

$$k = \frac{1}{b} = \frac{H}{mg} \quad (3.26)$$

A equação da catenária definida pela expressão (3.25) pode ser adaptada à situação em que a altura do cabo para  $x = L/2$  toma o valor de  $h$ . Substituindo  $z$  em (3.25):

$$\frac{h}{k} = \cosh \frac{L}{2k} - 1 \quad (3.27)$$

A expressão anterior, assim como solução do valor de  $k$  e consequentemente de  $H$ , terão que ser calculados através de métodos numéricos.

### 3.3.1.3. Cabo sujeito a tensão constante

A tensão num cabo suspenso de secção constante varia desde um valor mínimo para a máxima flecha, para o qual o esforço axial tem componente apenas horizontal, até a um valor máximo nos extremos, onde a componente vertical da esforço axial é máxima. Repare-se que quando a secção do cabo é constante, a força presente no cabo é proporcional à tensão lá instalada. Para que a tensão seja constante  $\sigma_{const}$  ao longo do comprimento do arco cabo, é necessário fazer variar a área da secção transversal  $A_0$  de acordo com a variação da força lá instalada. Mais uma vez, certas considerações têm que ser feitas em ordem a poder resolver o problema da forma mais simples. Neste caso, tal como na catenária, o peso dos pendurais e do tabuleiro é considerado desprezável, sendo que a única carga considerada será o peso próprio do cabo. Se a tensão vai ser constante ao longo de todo o cabo, pode afirmar-se que para cada secção:



$$\frac{T_c}{A_0} = \sigma_{const.} \quad (3.28)$$

O peso próprio de um elemento  $ds$  é definido como:

$$mg \, ds = \rho g A_0 \, ds \quad (3.29)$$

onde  $\rho$  representa a densidade volúmica do cabo.

Tendo em conta a eq. (3.11) e considerando os parâmetros  $a$  e  $c$  nulos, dadas as condições de cargas anteriormente referidas, a expressão pode ser alterada de acordo com a equação (3.29):

$$\frac{d^2 z}{dx^2} = \frac{mg}{H} \sqrt{1 + z'^2} = \frac{\rho g A_0}{H} \sqrt{1 + z'^2} \quad (3.30)$$

substituindo  $A_0 = T_c / \sigma_{const.}$  na equação anterior:

$$\frac{d^2 z}{dx^2} = \frac{mg T_c}{\sigma_{const.} H} \sqrt{1 + z'^2} \quad (3.31)$$

tendo em conta que  $T_c / H = 1 / \cos \alpha$  e que  $\cos \alpha = 1 / \sqrt{1 + z'^2}$ , pode novamente desenvolver-se a equação anterior:

$$\frac{d^2 z}{dx^2} = \frac{\rho g}{\sigma_{const.}} (1 + z'^2) = n_c (1 + z'^2) \quad (3.32)$$

integrando, recorrendo ao método de substituição de variável em que  $u = 1 + z'^2$ :

$$\log(1 + z'^2) = 2n_c z + C_1 \quad (3.33)$$

sabendo que para  $x = 0$  ambas as funções  $z(x)$  e  $z'(x)$  valem 0:

$$z'^2 = e^{2n_c z} - 1 \quad (3.34)$$

procedendo agora a uma integração por separação de variáveis de:

$$\frac{dz}{\sqrt{e^{2n_C z} - 1}} = dx \quad (3.35)$$

obtém-se:

$$-\frac{1}{n_C} \sin^{-1}(e^{2n_C z}) = x + C_1 \quad (3.36)$$

A constante de integração  $C_1$  vai tomar o valor de  $-\pi/2n_C$  visto que  $z(0) = 0$ . Que simplificando:

$$e^{2n_C z} = \sin\left(-n_C x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos n_C x \Leftrightarrow -n_C z = \ln \sec n_C x \quad (3.37)$$

Obtém-se finalmente a equação de forma do cabo:

$$z = \ln \sec n_C x, \quad \text{com} \quad n_C = \frac{\rho g}{\sigma_{const.}} \quad (3.38)$$

Verifica-se assim, que não existe um grande grau de dificuldade em deduzir a equação de forma de um cabo inextensível para as três diferentes situações analisadas. No entanto, os casos descritos não têm validade quando se trata do projecto de cabos em pontes suspensas com vãos na ordem dos 1000m, sendo aplicados apenas em pequenos vãos com cerca de 100m (Irvine, H. Max (1974)), isto porque a introdução de elasticidade no modelo é fulcral para a obtenção de uma solução da flecha com o mínimo de erro.

Seguidamente serão descritas as teorias relativas à introdução de elasticidade, tanto da equação parabólica tal como da equação da catenária.

### 3.3.2. EQUAÇÃO DE FORMA PARA CABOS SUSPENSOS ELÁSTICOS

No seguimento da secção anterior, em que foram definidas as equações de forma para cabos suspensos inextensíveis, nesta secção vai ser analisado o mesmo problema, sob uma perspectiva elástica. Tal como na secção anterior, vai ser analisada a equação parabólica, que permite obter soluções aproximadamente correctas; e a equação da catenária, da qual resultam soluções mais próximas da real deformada do cabo, com a desvantagem da introdução de maior complexidade no cálculo. No final desta secção, ambas as teorias serão postas em perspectiva e aplicadas a um pequeno exemplo, que servirá para tirar conclusões sob as mais-valias da equação catenária sobre a mais simples parábola e

se esta introdução de complexidade se justifica. A análise de um cabo com tensão constante não será efectuada uma vez que é bastante complexa e o seu interesse é menor.

De seguida, serão expostas as teorias analíticas baseadas nas hipóteses formuladas por *Irvine (1981)*, constantes na sua publicação intitulada *Cable Structures*.

Na sua publicação os cabos analisados tinham os extremos desnivelados. Sendo assim, não faria qualquer sentido utilizar o mesmo sistema de eixos definido por *Lewis* na análise de cabos inextensíveis. O sistema de eixos utilizado tem assim a sua origem num dos extremos do cabo como é ilustrado pela Figura 3.13.

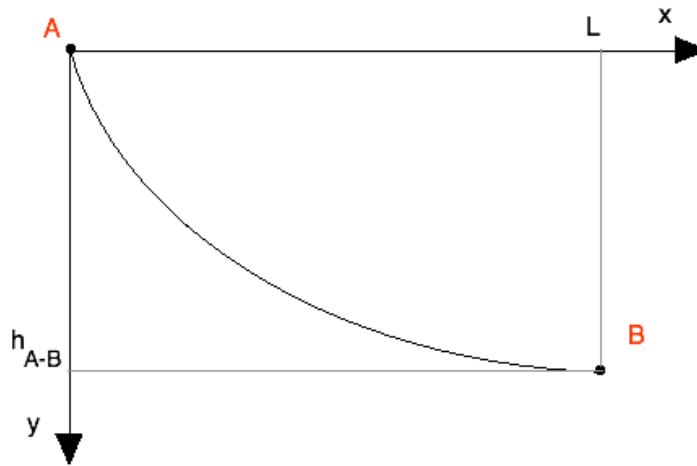


Fig. 3.13 – Sistema de eixos utilizado na análise de *Irvine*

Visto a seguinte análise ter em conta a componente elástica, novas variáveis, tal como o *Módulo de Young*  $E$  e a extensão inicial  $\varepsilon_0$ , têm que ser introduzidas na formulação do problema.

Com vista à simplificação da dedução das equações, tanto da catenária como da parábola, foram estabelecidas por *Irvine* algumas simplificações e pressupostos: considera-se que os cabos são apenas capazes de resistir a forças de tracção, não admitindo compressões; o peso próprio dos cabos é calculado com base numa secção transversal constante, o que implica o mesmo peso próprio para o mesmo comprimento em arco em qualquer secção do cabo; e ainda o desprezo da rigidez à flexão do cabo, que na maioria dos casos será mínima e pouco ou nada contribuirá para a alteração da sua geometria.

Antes de prosseguir para a dedução de cada uma das diferentes equações de forma vai analisar-se o sistema da Figura 3.13.

O cabo da Figura 3.13 está compreendido entre os apoios  $A$  e  $B$  que têm como coordenadas no referencial  $xoy$   $(0,0)$  e  $(L, h_{A-B})$  respectivamente. Isto significa que o vão do cabo vale  $L$  e o desnível vertical entre os dois apoios  $h_{A-B}$ . Fazendo o equilíbrio de forças numa secção genérica  $P$  do cabo de coordenadas  $(x,y)$  onde esta presente uma força de tracção  $T_C$ , obtém-se que:

$$T_C \frac{dx}{ds} = H \quad (3.39)$$

Ainda do equilíbrio resulta que:

$$T_C \frac{dz}{ds} = V - \frac{Ws}{l_0}, \quad \text{com} \quad W = mgl_0 \quad (3.40)$$

onde  $H$  e  $V$  são as componentes horizontal e vertical do esforço axial no cabo e  $W$  é o peso total do cabo.

### 3.3.2.1. A catenária elástica

A catenária elástica é, como já foi referido, a equação que melhor aproxima a geometria do cabo quando este está sujeito apenas ao carregamento do peso próprio. Baseado no desenvolvimento do equilíbrio de forças já executado, será deduzida a equação geral da catenária elástica.

Partindo do princípio de linearidade da lei de *Hooke* para a qual:

$$T_C = \frac{EA_0}{L} \Delta s \quad (3.41)$$

e do equilíbrio de forças num ponto genérico  $P$  de coordenadas lagrangeanas  $s$  expresso pelas eq. (3.41) e (3.42):

$$T_C(s) = \sqrt{H^2 + \left(V - \frac{Ws}{l_0}\right)^2} \quad (3.42)$$

Relacionando as equações desde (3.39) até (3.41) é possível deduzir as expressões cuja solução são as coordenadas  $x$  e  $z$  de um qualquer ponto genérico  $P$  com coordenada lagrangeana  $s$  ao longo do cabo:

$$x(s) = \frac{Hs}{EA_0} + \frac{Hl_0}{W} \left( \sinh^{-1}\left(\frac{V}{H}\right) - \sinh^{-1}\left(\frac{V - \frac{Ws}{l_0}}{H}\right) \right) \quad (3.43)$$

$$z(s) = \frac{Ws}{EA_0} \left( \frac{V}{W} - \frac{s}{2l_0} \right) + \frac{Hl_0}{W} \left( \sqrt{1 + \left(\frac{V}{H}\right)^2} - \sqrt{1 + \left(\frac{V - \frac{Ws}{l_0}}{H}\right)^2} \right) \quad (3.44)$$

Com base nas eq. (3.43) e (3.44) é possível obter as grandezas  $L$  (vão do cabo) e  $h_{A-B}$  (desnível entre apoios  $A$  e  $B$ ) em função das variáveis  $H$  e  $V$ ,  $W$ ,  $l_0$ ,  $E$  e  $A_0$ , bastando para tal aplicar as seguintes condições de fronteira:

$$x = 0, \quad z = 0, \quad s = 0 \quad e \quad x = L, \quad z = h_{A-B}, \quad s = l_0 \quad (3.45)$$

obtendo:

$$L = \frac{Hl_0}{EA_0} + \frac{Hl_0}{W} \left( \sinh^{-1} \left( \frac{V}{H} \right) - \sinh^{-1} \left( \frac{V-W}{H} \right) \right) \quad (3.46)$$

$$h_{A-B} = \frac{Wl_0}{EA_0} \left( \frac{V}{W} - \frac{s}{2l} \right) + \frac{Hl_0}{W} \left( \sqrt{1 + \left( \frac{V}{H} \right)^2} - \sqrt{1 + \left( \frac{V-W}{H} \right)^2} \right) \quad (3.47)$$

As eq. (3.46) e (3.47) podem apenas ser resolvidas através de métodos numéricos, o que complica ligeiramente o cálculo.

É também de grande importância, na definição geométrica da catenária, o conhecimento no valor máximo da máxima flecha, a coordenada lagrangeana  $s$  deste valor pode ser obtida através de:

$$s_f = \frac{l_0}{W} \left( V_A - h_{A-B} \frac{H_A}{L} \right) \quad (3.48)$$

que para cabos com os apoios ao mesmo nível ( $h_{A-B} = 0$ ) se traduz em:

$$s_f = \frac{l_0 V_A}{W} \quad (3.49)$$

Fazendo uso das equações deduzidas nesta secção, é possível, através de cálculo mais ou menos moroso que necessitará de resolução por métodos numéricos, a completa definição da geometria de uma catenária elástica sujeita ao seu peso próprio.

### 3.3.2.2. A parábola elástica

A forma mais simples de aproximar a equação da catenária elástica é a parábola elástica cuja solução, na generalidade dos casos, constitui uma aproximação fidedigna sem a complexidade característica daquela. É geralmente aceite a utilização desta forma aproximada em casos em que o rácio  $f/L$ , sendo  $f$

a flecha e  $L$  o comprimento da corda do vão, não ultrapassa  $1/8$ , o que geralmente não acontece em cabos de pontes suspensas em que este valor é normalmente compreendido entre  $1/11$  e  $1/9$  (Gimsing (1997)). A razão do limite de  $1/8$  resulta do facto de que para sistemas de cabos menos tensos (sujeitos a um maior rácio  $f/L$ ) o efeito de catenária na geometria é mais importante.

Partindo mais uma vez do equilíbrio de forças deduzido nas eq. (3.39) e (3.40) é possível obter, após a derivada da eq. (3.41) em ordem a  $s$ :

$$T_c \frac{dx}{ds} = H \quad (3.50)$$

$$\frac{d}{ds} \left( T_c \frac{dz}{ds} \right) = -mg \quad (3.51)$$

Desenvolvendo a equação de equilíbrio horizontal (3.50):

$$T_c = H \frac{ds}{dx} \Leftrightarrow \frac{d}{ds} \left( H \frac{ds}{dx} \frac{dz}{ds} \right) = -mg \Leftrightarrow \frac{d}{ds} \left( H \frac{dz}{dx} \right) = -mg \quad (3.52)$$

multiplicando o primeiro membro desta equação por  $dx/dx$  obtém-se:

$$\frac{d}{dx} \left( H \frac{dz}{dx} \right) \frac{dx}{ds} = -mg \quad (3.53)$$

que pode ser arranjada da seguinte forma:

$$H \frac{d^2 z}{dx^2} = -mg \frac{ds}{dx} \quad (3.54)$$

Tendo em conta a relação geométrica:

$$\left( \frac{dx}{ds} \right)^2 + \left( \frac{dz}{ds} \right)^2 = 1 \quad (3.55)$$

a eq. (3.54) pode ser expressa como:

$$H \frac{d^2 z}{dx^2} = -mg \sqrt{1 + \left( \frac{dz}{dx} \right)^2} \quad (3.56)$$

que generalizado para um cabo com apoios desnivelados:

$$H \frac{d^2 z}{dx^2} = -mg \sqrt{1 + \left( \tan \alpha + \frac{dz}{dx} \right)^2} \quad (3.57)$$

onde  $\alpha$  representa o ângulo formado entre a horizontal e a corda do cabo. Para rácios correntes de  $f/L$  inferiores a  $1/8$ , é plausível admitir o valor de  $dz/dx$  como infinitesimal e por isso admissível a omissão desta parcela na eq. (3.57). Tendo em conta esta simplificação e generalizando a eq. (3.57):

$$H \frac{d^2 \bar{z}}{d\bar{x}^2} + \beta \frac{d\bar{z}}{d\bar{x}} = -1, \quad \text{com} \quad \bar{z} = \frac{z}{\frac{mg \sec \alpha}{H}}, \quad \bar{x} = \frac{x}{L}, \quad \beta = \frac{mgL \sin \alpha}{H} \quad (3.58)$$

A resolução da eq. diferencial (3.58) vem sob a forma de um polinómio de 2º grau que traduz a equação geral da parábola elástica:

$$z(x) = \frac{1}{2} \frac{mg}{H} \sec \alpha \cdot x(L-x) \left( 1 + \frac{\beta}{6} \left( 1 - \frac{2x}{L} \right) \right) + \frac{h_{A-B}}{L} x \quad (3.59)$$

em que o último parâmetro  $h_{A-B}/L$  corresponde à altura da corda para cabos com apoios desnivelados, sendo esta parcela nula para o caso de apoios ao mesmo nível.

Para situações em que a tensão no cabo é elevada, o rácio  $f/L$  apresenta valores inferiores ao já estipulado  $1/8$  e em que o valor do numerador  $m g L$  é bastante inferior ao do denominador  $H$ , o parâmetro  $\beta$  pode, por simplificação, ser omissa do cálculo da equação da parábola elástica.

É de bastante interesse conhecer o valor da máxima flecha também para a equação da parábola elástica, este valor pode ser calculado através da equação (3.60):

$$f = \frac{mgl^2}{8H} \quad (3.60)$$

onde  $H$  vai ser a força tangencial ao cabo no ponto máxima flecha, que apresentará apenas componente horizontal. Para conhecer o valor  $f$  com mais precisão é conveniente maximizar a função  $f = z(x) - x \cdot h/L$ . Ambos os métodos são comparados no *Anexo I* para um dado exemplo.

As componentes  $H$  e  $V$  podem ser calculadas com base no valor de  $T_C$  através das seguintes expressões:

$$H = T_C \cos \alpha, \quad V = T_C \sin \alpha \quad (3.61)$$

Fica assim completamente definida a equação da parábola elástica que representa a geometria de um cabo suspenso e carregado transversalmente pelo seu peso próprio.

### 3.3.2.3. Comparação da solução da catenária e da parábola elásticas na definição da equação de forma do cabo transversalmente carregado

Com base na teoria descrita nos dois pontos anteriores foi desenvolvida uma folha de cálculo em Excel (recorrendo pontualmente às capacidades de regressão do Matlab) que compara as soluções obtidas para a equação de forma do cabo pela equação da catenária e pela equação parabólica. É o objectivo central desta secção validar a aproximação da parábola elástica à catenária elástica, com o intuito desta aproximação mais simples poder ser usada no cálculo da geometria do cabo, em detrimento da mais complexa catenária.

Os *inputs* da rotina criada são algumas das características previamente definidas acerca da estrutura: o comprimento do vão  $L$ , a diferença entre os pontos de ancoragem do cabo  $h_{A-B}$  e a extensão inicial do cabo  $\varepsilon_0$  necessária para atingir a forma suspensa do cabo; sendo também necessário definir as características mecânicas do cabo a ser estudado. A análise seguinte incidirá sobre uma estrutura com 240m de vão horizontal e com os apoios do cabo ao mesmo nível ( $h_{A-B}$  nulo). Pretende-se atingir uma flecha próxima de 25m. Para tal, o valor da extensão é arbitrado até se conseguir um valor suficientemente aproximado. Relativamente às características mecânicas do material, foi utilizado aço com uma massa volúmica  $\rho$  de 7850kg/m<sup>3</sup>, um diâmetro  $\phi$  de 0.1m e um módulo de *Young*  $E$  de 195GPa.

Com estes dados é possível calcular os valores de parâmetros característicos do sistema, tais como:

- Comprimento do cabo (neste caso coincidente com o vão)  $L = 240m$ ;
- Comprimento do cabo não esticado (fazendo uso da extensão negativa aplicada inicialmente)  $l_0 = 246.768m$ ;
- Desnível entre os apoios  $h_{A-B} = 0m$ ;
- Área da secção transversal  $A_0 = 0.0079m^2$ ;
- Ângulo entre a corda e a horizontal, que devido ao facto de os apoios se encontrarem ao mesmo nível  $\alpha = 0deg$ ;
- Massa por unidade de comprimento  $m = 61.654kg/m$ ;
- Carga total no cabo, devida somente ao peso próprio  $W = 149.251kN$ .

O primeiro caso a ser resolvido irá ser o da catenária elástica que apresenta, em teoria, uma solução mais precisa, no entanto envolvida em grande complexidade.



É fulcral para a definição da geometria o conhecimento das componentes horizontal  $H$  e vertical  $V$  da força presente no cabo em pontos-chave. Para a obtenção destes valores é necessária a resolução do sistema de equações não linear composto pelas eq. (3.46) e (3.47) através de métodos numéricos. No presente caso estes parâmetros tomam os valores de 176.79kN para a componente horizontal  $H$  e de 74.63kN para a componente vertical máxima  $V$ . É simples, através destes valores, calcular a reacção nos apoios  $T_A$  e  $T_B$  que, para o caso de carregamentos uniformes em estruturas com os apoios no mesmo nível, serão coincidentes e são neste caso de 191.90kN.

Conhecidas as componentes das forças presentes no cabo, é trivial a aplicação das equações (3.43) e (3.44) para a obtenção de valores  $x(s)$  e  $z(s)$ , nos quais  $s$  é a coordenada lagrangeana do cabo. Assim, tanto  $x$  como  $z$  são obtidos em função do desenvolvimento do cabo  $s$ .

Com estes dados de  $x(s)$  e  $z(s)$  é construído o gráfico da Figura 3.14 que representa a geometria do cabo segundo a equação da catenária elástica. Surge aqui a oportunidade de regredir o conjunto de pontos obtidos anteriormente que só podiam até aqui ser achados em função de  $s$ , para que se possa, embora de uma forma mais aproximada, obter com maior simplicidade de cálculo as coordenadas de  $z$  em função de  $x$  que definem a geometria da catenária elástica.

As regressões foram realizadas através dos polinómios quadrático, cúbico e de quarto grau. Ambas as regressões quadrática e cúbica apresentam resultados semelhantes com valores residuais da mesma ordem de grandeza e sem melhorias significativas para aumento do grau da polinomial de regressão. Passando para a polinomial de quarto grau, pode verificar na Figura 3.14 uma enorme diminuição do resíduo para valores considerados aceitáveis numa regressão deste tipo. Atendendo a que os valores do resíduo se aproximam de zero ao longo de todo o comprimento do vão, não se justificaria o aumento da complexidade da regressão, entendendo que o polinómio de quarto grau se ajusta suficientemente bem à equação obtida por métodos precisos.

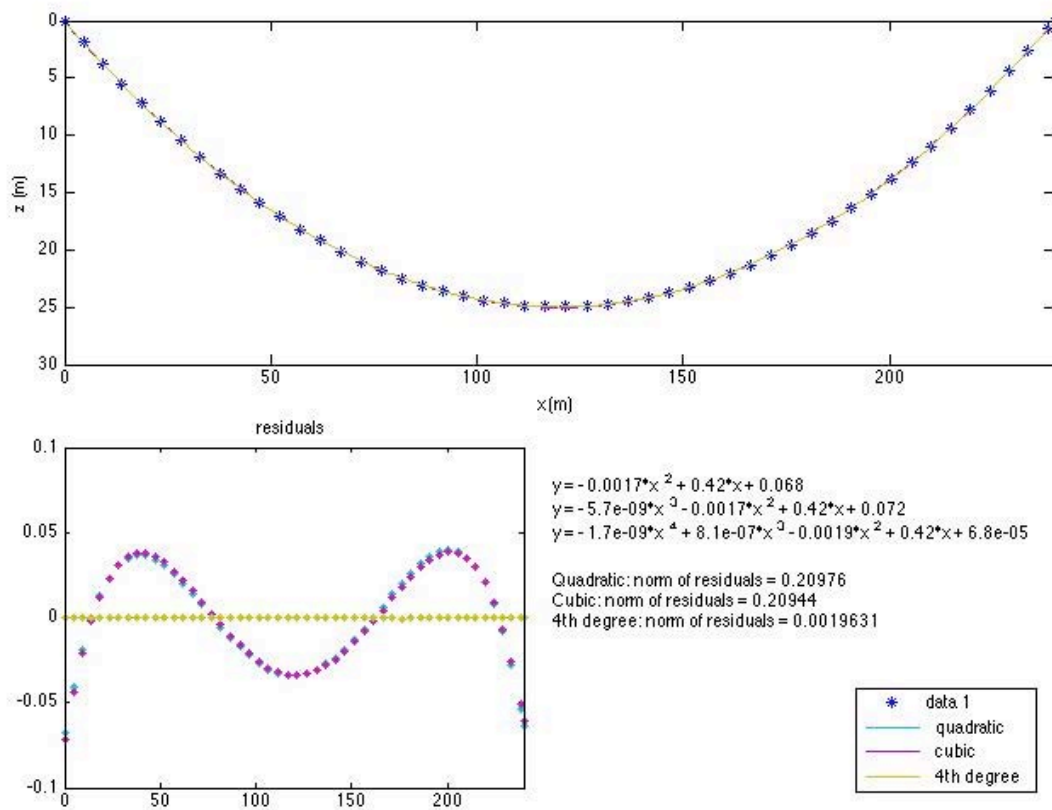


Fig. 3.14 – Geometria de uma catenária elástica com vão de 240 m e flecha máxima de aproximadamente 25 m, incluindo regressões quadrática, cúbica e polinomial de 4º grau, bem como as respectivas equações e resíduos.

Uma das características que mais importa ter em conta é a flecha máxima  $f$ , que neste caso pode ser facilmente obtida, uma vez que tanto a coordenada  $x$  como  $s$  são conhecidas devido à simetria do sistema. Em casos mais complexos, a coordenada  $s_f$ , para a qual se observa a máxima flecha, teria de ser obtida pela eq. (3.45). O valor preciso de  $f$  é coincidente com o valor de  $z(s)$  obtido pela eq. (3.41) onde  $s$  é  $s_f$ . No caso de estudo,  $s_f$  tem o valor de 123.384m e conduz a uma flecha máxima de 24.978m, valor aproximado de 25m que foi obtido após algumas iterações do valor da extensão inicial do cabo  $\varepsilon_0$ .

A solução geométrica da parábola elástica pode ser deduzida com maior facilidade, visto que a coordenada  $z$  pode ser obtida directamente a partir de  $x$  e em função de mais alguns parâmetros conhecidos da estrutura.

Sendo que a componente horizontal da força presente no cabo foi já calculada para a definição da catenária elástica, é plausível a utilização deste valor no cálculo da parábola elástica. Outros parâmetros como a massa por unidade de comprimento  $m$ , o ângulo entre a corda e a horizontal  $\alpha$ , o comprimento do vão  $L$  e o desnível entre os pontos de apoio do cabo  $h_{A-B}$ , necessários para a aplicação correcta da equação (3.56) foram já apresentados no início desta secção, tornando assim trivial a solução desta equação para vários valores de  $x$  entre 0 e 240 m. A geometria obtida através da representação gráfica de uma amostra desses pontos é ilustrada pela Figura 3.15.

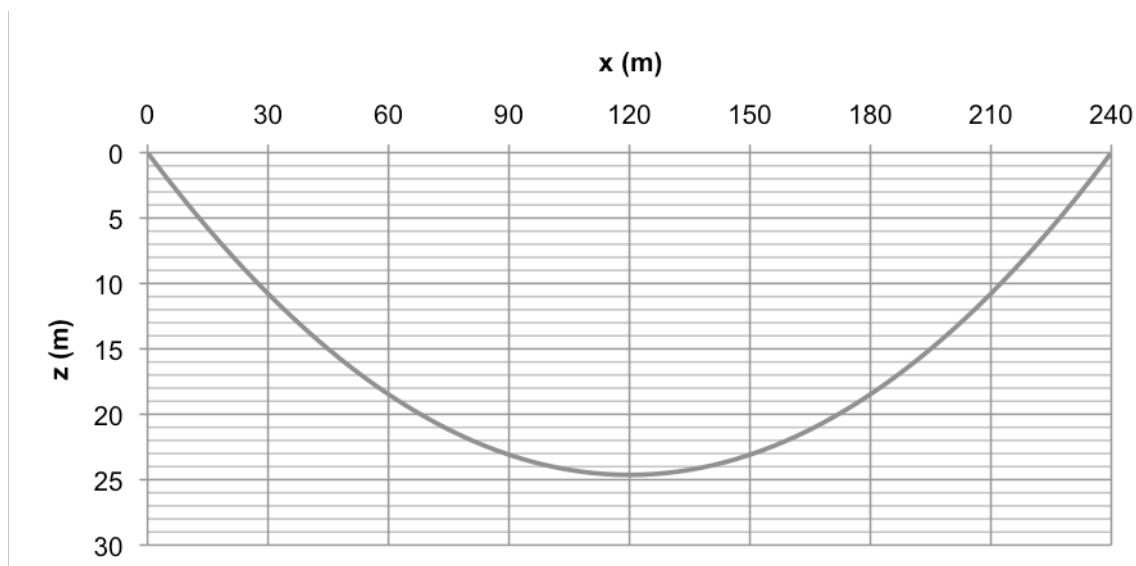


Fig. 3.15 – Geometria de uma parábola elástica com vão de 240 m e flecha máxima de aproximadamente 25 m.

Para esta teoria, a flecha máxima foi calculada pela equação (3.60). O cálculo de tal equação resultou numa flecha máxima de 24.633m que conduz a uma relação  $f/L$  de 0.103, considerada plausível para a utilização pretendida em pontes suspensas.

A flecha máxima obtida pela aproximação parabólica aproxima-se bastante do objectivo inicial de 25m, com apenas uma variação de 1.47%.

Recorrendo aos dados obtidos nas deduções geométricas segundo a teoria da catenária elástica e da parábola elástica, é possível estabelecer uma comparação entre os dois métodos. Pretende-se com esta comparação validar a hipótese da dedução da geometria do cabo através da aproximação parabólica em detrimento da catenária elástica, ganhando assim uma maior facilidade e rapidez de cálculo.

A Figura 3.16 representa a sobreposição das geometrias obtidas pelos dois métodos. Após uma análise superficial desta, poderia ser concluído, erradamente, que as duas geometrias se sobrepõem ao longo de todo o vão. No entanto, uma observação mais atenta identifica pequenas diferenças. Estas variações são mais acentuadas na parte central do vão e mínimas ou quase infinitesimais próximo dos apoios. À parte destas pequenas disparidades, as duas curvas são bastante semelhantes. Ao longo de todo o vão estas seguem aproximadamente paralelas, em que os únicos pontos de intercepção são os apoios. Assim sendo, a curva obtida pela aproximação parabólica adopta sempre cotas ligeiramente superiores às da catenária elástica.

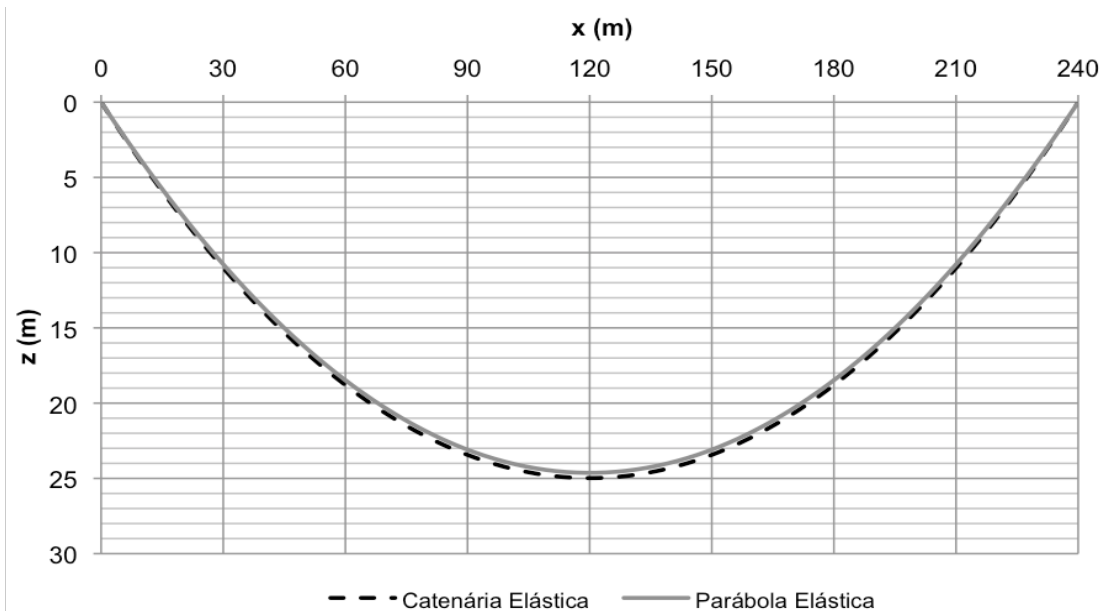


Fig. 3.16 – Sobreposição das geometrias obtidas, para os mesmos parâmetros, através da catenária elástica e da aproximação da parábola elástica

De modo a facilitar o estudo destas duas curvas e a sua relação, é pertinente subtrair as suas cotas  $z$  para o mesmo valor de  $x$ , sendo assim facilmente visível o erro obtido através da aproximação parabólica. Como foi já referido, os valores de  $z(x)$  obtidos pela aproximação parabólica são ligeiramente inferiores aos da solução da catenária elástica. Preferiu-se então subtrair os valores de  $z(x)$  alcançados através da equação da catenária elástica pelos análogos valores achados pela equação parabólica. O resultado desta análise é exibido sob a forma gráfica pela Figura 3.17.

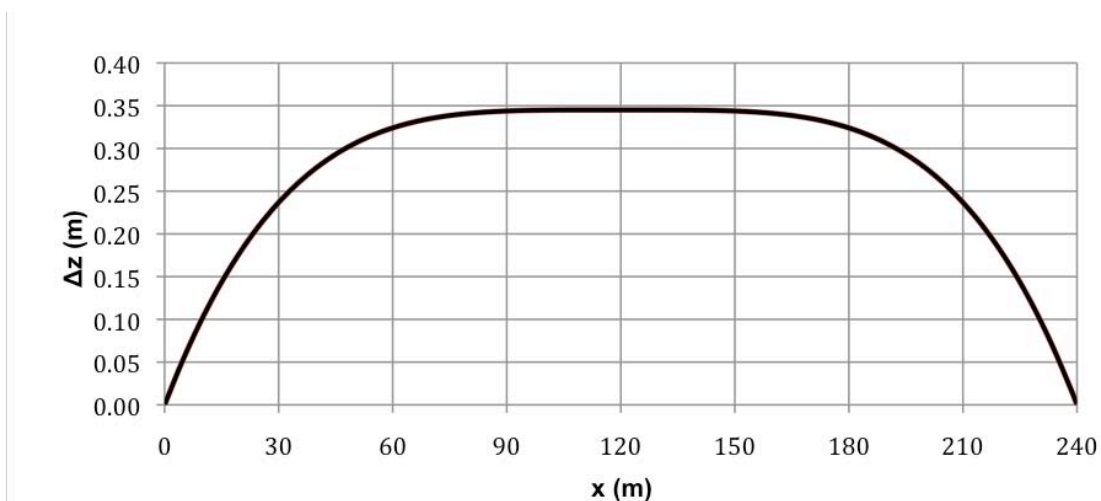


Fig. 3.17 –  $\Delta z$  (m) obtido através da subtração dos valores de  $z(x)$  para a parábola elástica aos análogos valores para a catenária elástica.

É evidente, pela figura anterior, que a diferença de valores não é constante, mas que apresenta, neste caso em particular, uma configuração simétrica relativamente ao meio vão.

O comportamento da variação de  $\Delta z$  (m) apresenta três fases distintas: a primeira, que se faz notar nos primeiros e últimos  $\approx 25m$  (nos  $\approx 10\%$  de cada extremo do vão), em que  $\Delta z$  (m) cresce rapidamente; a segunda fase é de transição, na qual o crescimento de  $\Delta z$  (m) abrande, e é verificado nos seguintes  $50m$  (nos intervalos  $\approx 25m - \approx 75m$  e  $\approx 165m - 215m$ , que representam  $\approx 40\%$  do vão); o excedente é a terceira fase e ocupa os  $\approx 90m$  centrais do vão (cerca de  $40\%$ ) nesta zona a variação de  $\Delta z$  (m) é mínima, aparecendo no gráfico da Figura 3.17 como um patamar.

A variação de  $\Delta z$  em percentagem segue uma configuração diferente da anterior, isto porque para além de  $\Delta z$  (m) aumentar para o centro do vão também o valor de  $z$  o faz, mas numa forma mais rápida, fazendo com que a variação  $\Delta z$  segundo a percentagem apresente a configuração ilustrada pela Figura 3.18.

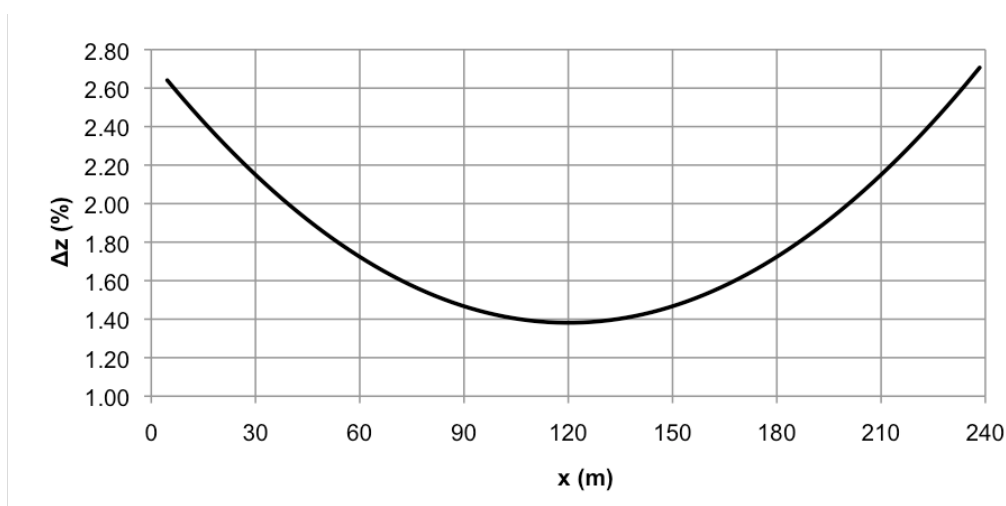


Fig. 3.18 –  $\Delta z$  (%) obtido através da subtração dos valores de  $z(x)$  para a parábola elástica aos análogos valores para a catenária elástica em percentagem, em relação a  $z(x)$  da catenária elástica.

Na Figura 3.18 não foram, propositadamente, representados os valores de  $\Delta z$  (%) para os valores  $0m$  e  $240m$  de  $x$ , isto porque estes valores são obviamente  $0$  e só iriam perturbar a compreensão do gráfico. A variação de  $\Delta z$  (%) tem uma configuração semelhante à geometria do próprio cabo, apresentando as maiores variações em percentagem junto dos apoios, com valores na ordem de  $2.7\%$ , e diminuindo à medida que se aproxima do centro do vão, com variações de cerca de  $1.4\%$ .

Da análise de  $\Delta z$  pode concluir-se que este valor apresenta um máximo, em metros, de  $0.345m$ , que se traduz em  $1.38\%$  da flecha máxima a meio vão, e um máximo em percentagem que tenderá para  $100\%$  junto dos apoios, mas que toma valores razoáveis de cerca de  $2.6\%$  a aproximadamente  $5m$  do apoio.

É ainda de interesse a comparação dos valores da flecha máxima a meio vão obtida em ambos os métodos. O resultado obtido nas duas situações aproxima-se bastante do valor imposto inicialmente de  $25m$ , mas com pequenas diferenças. Estas soluções, assim como as variações entre elas e o respectivo rácio  $f/L$ , encontram-se resumidas no Quadro 3.1.

Quadro 3.1 – Solução  $f$  e do respectivo rácio  $f/L$  segundo a catenária elástica e a parábola elástica

	Catenária elástica	Parábola elástica	$\Delta$	$\Delta$ (%)
Máxima flecha (m) $f$	24.978	24.633	0.345	1.38
Rácio $f/L$	0.104	0.103	0.001	1.38

De toda a análise realizada ao longo desta secção, o parâmetro que mais relevância tem na comparação entre as duas geometrias é o  $\Delta z$  (m). A variação máxima ao longo de todo o vão de  $\Delta z$  (m) é, como já foi anteriormente mencionado, de 0.34 m que se generaliza em aproximadamente 1.38% em relação à flecha máxima. O valor da relação  $f/L$  tem uma variação de 0.001 (1.38%). Isto significa que a aplicação da aproximação parabólica induzirá um erro máximo do cálculo da geometria, em relação à obtida pela equação da catenária elástica, na ordem de 1.4%. Esta ordem de grandeza é aceitável tendo em conta maior facilidade e rapidez da obtenção dos dados da geometria introduzida.

Pondo toda a análise em perspectiva, é aceitável considerar a geometria obtida através da equação da parábola elástica como uma óptima aproximação da gerada pela equação da catenária elástica, e assim, da geometria real adoptada pelo cabo quando sujeito ao carregamento transversal uniformemente distribuído segundo a corda.

A aproximação parabólica irá ser utilizada mais à frente para o cálculo da geometria do cabo de uma ponte suspensa, com características semelhantes às enunciadas no exemplo comparativo, em prejuízo da equação da catenária elástica, que traria maiores dificuldades ao nível do cálculo e maior morosidade em processos iterativos. Com a utilização da aproximação parabólica espera-se a introdução de um erro, mas com já analisado, de pequeno valor, tornando a sua utilização vantajosa a vários níveis. Esse erro será atenuado pela prevalência de um carregamento uniformemente distribuído segundo o vão (devido ao tabuleiro) que conduzirá a geometria a assemelhar-se à de uma parábola.

# 4

## PROCESSOS CONSTRUTIVOS DE PONTES SUSPENSAS

### 4.1. GENERALIDADES

O método construtivo de uma ponte suspensa tem uma grande influência na concepção da mesma, em particular, na escolha do sistema estrutural e dos materiais estruturais, dependendo muitas vezes do processo de construção idealizado.

O método de construção adoptado depende especialmente das condições de apoio do sistema estrutural, visto estes determinarem as sequências da construção dos vários elementos. No caso de estruturas “*earth anchored*”, ou seja, em que os cabos principais são ligados aos blocos de ancoragem, os elementos estruturais têm uma sequência de construção obrigatória: primeiro, os pilares e blocos de ancoragem; de seguida, os cabos principais e pendurais; e só depois o tabuleiro. As pontes “*self anchored*”, em que os cabos principais são ancorados no tabuleiro, são mais complexas de construir.

Neste capítulo são especialmente descritos os processos construtivos de pontes “*earth anchored*”, não só por estas serem mais comuns mas também por a estrutura do caso em estudo pertencer a este grupo.

### 4.2. PONTES RODOVIÁRIAS E FERROVIÁRIAS

O processo corrente de construção de pontes suspensas de grandes dimensões consiste habitualmente em três etapas:

- Construção/erecção dos pilares, também chamados de torres, e dos blocos de ancoragem;
- Colocação dos cabos principais;
- Elevação dos segmentos do tabuleiro de rigidez.

As torres são sempre de betão ou de aço. O controlo da sua geometria é vital, visto serem elas que suportam os cabos principais, e pequenos deslocamentos no topo dos pilares podem significar grandes variações de comprimento dos cabos.

Como foi já referido, os materiais de eleição para tais estruturas são o betão ou o aço. A Great Belt Bridge na Dinamarca e Tsing Ma Bridge em Hong Kong são duas das maiores obras de referência que optaram pela construção dos pilares em betão. Por outro lado, a Golden Gate Bridge em San Francisco, a Ponte 25 de Abril em Lisboa, a Akashi Kaiko Bridge no Japão, entre outras, optaram pelo aço como o material estrutural dos seus pilares.

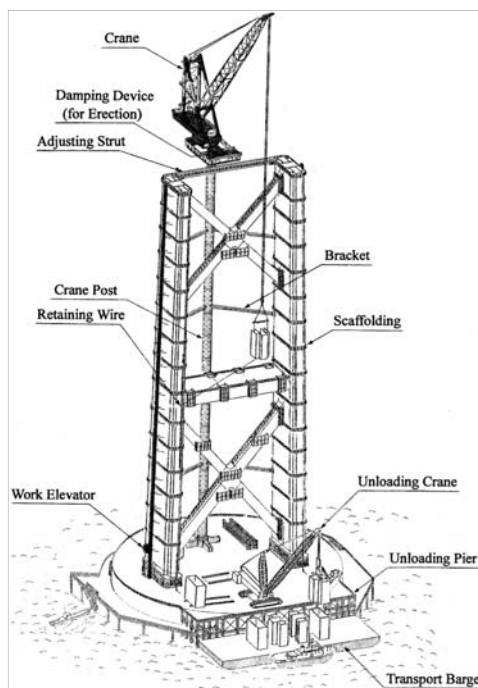


Fig. 4.1 – Construção de um dos pilares da Akashi Kaikyo Bridge (Honshu-Shikoku Bridge Authority, Akashi Kaikyo Bridge – Engineering Note, Japan, 1992 in Okukawa, A. et al (2000))

Em pontes de grande dimensão, a colocação dos cabos principais é, em geral, antecipada pela instalação de uma ponte pedonal temporária ao longo de cada cabo, intituladas de passadiços. O objectivo é permitir o acesso, ao longo de todo o vão, aos cabos durante a sua colocação, permitindo seguir de perto a formação dos cabos (no caso de serem do tipo “*parallel wire strands*”), a colocação de “*cable bands*” e a instalação dos pendurais.

Os passadiços são afinal pontes suspensas com a largura mínima para nelas circular um homem, em língua inglesa chamadas de “*catwalks*”. Estas são puxadas através do vão por um cabo piloto previamente instalado desde um bloco de ancoragem até ao outro, passando pelos pilares. A vantagem deste cabo reside na sua pequena secção transversal, que lhe confere um peso próprio muito pequeno, permitindo o seu fácil transporte. Tradicionalmente, o cabo piloto é colocado com a ajuda de uma embarcação, que o transporta entre blocos de ancoragem, passando pelos pilares. Este método foi usado, entre outras, na Geat Belt Bridge. Quando a interrupção do tráfego de embarcações não é possível, o cabo piloto pode ser transportado por helicóptero, desde que o seu peso próprio seja suficientemente modesto, como foram os casos das Akashy Kaikyo Bridge e Askøy Bridge na Noruega. (Gimsing (1997))

Os cabos principais são puxados desde um bloco de ancoragem, através do topo dos pilares, até ao bloco de ancoragem oposto, se estes forem pré-fabricados, ou seja, dos tipos *Spiral strands* ou *Locked coil strands*. No caso de se optar pela utilização de *Parallel wire strands*, os cabos serão formados no local por pequenos cordões de aço. Este processo pode ser realizado através de dois métodos: *Aerial spinning method* (método AS) e *Prefabricated parallel wire strand method* (método PPWS).

O método AS foi idealizado por John A. Roebling e aplicado pela primeira vez em 1855 na construção da Niagara Falls Bridge, dotada de um vão central de 246m. Este método é comumente utilizado desde então, principalmente nos Estados Unidos. A sua introdução na Europa aconteceu mais de 100



anos depois, em 1966, na Forth Road Bridge. Segundo a metodologia tradicional, fios ou cordões individuais de aço são colocados ao longo dos vãos, numa posição de repouso, com o comprimento corrigido para obter a flecha pretendida. A qualidade final atingida era dificilmente controlada devido às condições precárias de trabalho, ao vento que se fazia sentir e à má qualidade do equipamento. Um novo método consiste em manter uma força constante nos fios ou cordões ao longo do processo de colocação com o objectivo de obter comprimentos uniformes. No entanto, mesmo este método necessita de ajuste dos fios ou cordões .

O PPWS foi idealizado em 1965 com o objectivo de reduzir o trabalho realizado *in situ* necessário no método AS. Neste método os cabos são entregues no local em enormes bobines, içados até ao topo do pilar e colocados ao longo da *catwalk* por meios de um cabo auxiliar. (Okukawa *et al* (2000))

Para erecção dos segmentos de tabuleiro existem dois processos distintos: segmental (“*Girder-section method*”) e por avanços sucessivos (“*Cantilevering method*”). A opção do mais conveniente depende não só do tipo de estrutura mas também das condições geográficas do local.



Fig. 4.2 – Método “Girder section” na Shimotsui Bridge  
(Honshu-Shikoku Bridge Authority, *in* Okukawa *et al* (2000))

No método segmental, a colocação dos segmentos é realizada começando no centro do vão principal. Quando os primeiros segmentos são colocados, os cabos principais vão sofrer deformações na sua geometria e grandes curvaturas vão aparecer no tabuleiro, razão pela qual as ligações entre segmentos nesta altura do processo são articuladas. De seguida são colocados segmentos nos vãos exteriores, se existentes, para evitar deformações horizontais de grandeza considerável no topo do pilar. Após a colocação dos últimos segmentos junto dos pilares, as ligações entre segmentos, que até aqui eram articuladas, são fechadas de modo a conseguir-se um tabuleiro rígido. A Figura 4.3 ilustra as várias fases deste método construtivo.

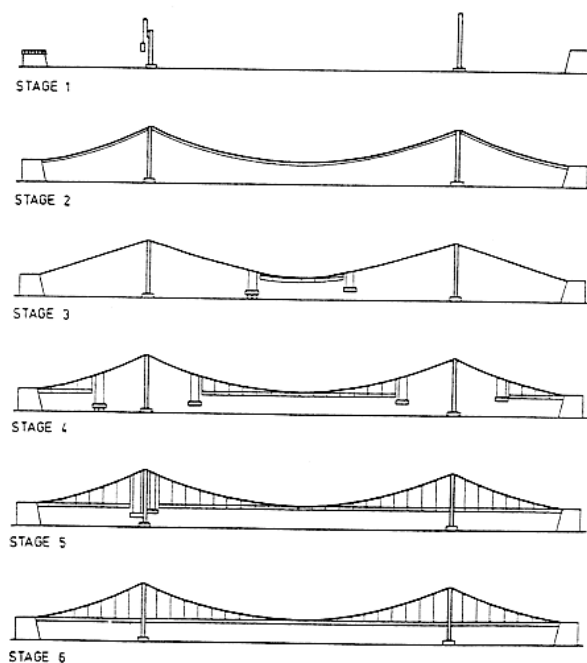


Fig. 4.3 – Fases construtivas do método “Girder section” (Gimsing (1997))

Portanto, o processo de colocação do tabuleiro é realizado de forma simétrica a partir do centro, de modo a que só apareçam assimetrias nos cabos no momento entre a elevação dos dois segmentos de tabuleiro opostos.



Fig. 4.4 – Método de avanços sucessivos ou “Cantilever method” na Manhattan Bridge (1909)<sup>5</sup>

O método por avanços sucessivos, ou “*Cantilever method*”, consiste na colocação do tabuleiro pela ordem inversa do método anterior. Este processo pode ter vantagens quanto ao planeamento e aos tempos de construção, visto os operários poderem facilmente ser transportados para os pilares, onde

<sup>5</sup> Fonte: [http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/1/1c/Manhattan\\_Bridge\\_Construction\\_1909.jpg](http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/1/1c/Manhattan_Bridge_Construction_1909.jpg), 14/06/09

têm acesso ao tabuleiro já construído, tanto para o vão principal como lateral, sem recorrer aos passadiços pedonais.

Ao contrário do processo anterior, em que a rigidez torsional é mobilizada apenas pelo peso próprio do tabuleiro, neste caso, esta estará presente desde o início, devido à ligação aos pilares.

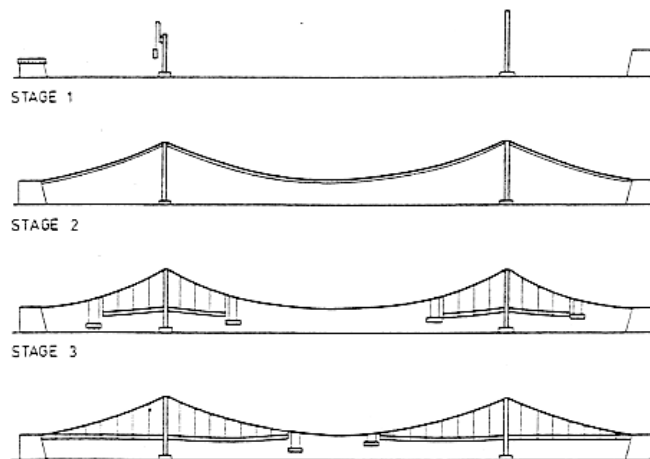


Fig. 4.5 – Fases construtivas do “Cantilever method” (Gimsing (1997))

Neste método construtivo, os segmentos de tabuleiro são usualmente içados a partir de embarcações que flutuam ao longo do vão. Outra técnica consiste na elevação dos elementos que constituem o tabuleiro na zona dos pilares, o seu transporte através da porção de tabuleiro já construída até à extremidade e a colocação na sua posição final com recurso a gruas “*derrick*”. Este método foi utilizado na montagem do tabuleiro de rigidez da ponte Akaishy Kaikyo. Esta opção torna-se especialmente correcta quando o acesso inferior é precário ou inexistente.

### 4.3. PONTES PEDONAIAS

Nas pontes pedonais e de ciclovias, o processo é relativamente semelhante ao enunciado para as estruturas de maiores dimensões. Há, como é claro, algumas variações devidas não só à escala mas também ao sistema estrutural e aos materiais, que são muitas vezes distintos.

Será aqui dada relevância ao processo construtivo para pontes pedonais descrito por Strasky (2005). O interesse deste método está especialmente na forma de colocação dos segmentos do tabuleiro, que não necessita de um curso de água sob a estrutura.

Como em qualquer outra ponte suspensa “*earth anchored*”, o primeiro passo será a construção das sapatas dos pilares e dos blocos de ancoragem, seguida da elevação dos pilares. A fase seguinte, consiste na colocação dos cabos principais pré-fabricados, normalmente *full locked coil, parallel strands* ou *spiral strands*, já munidos dos pendurais devidamente posicionados. Após a colocação do cabo, o tabuleiro é posicionado usando gruas na margem ou uma técnica desenvolvida para “*stress ribbons*” que será mais à frente detalhada.

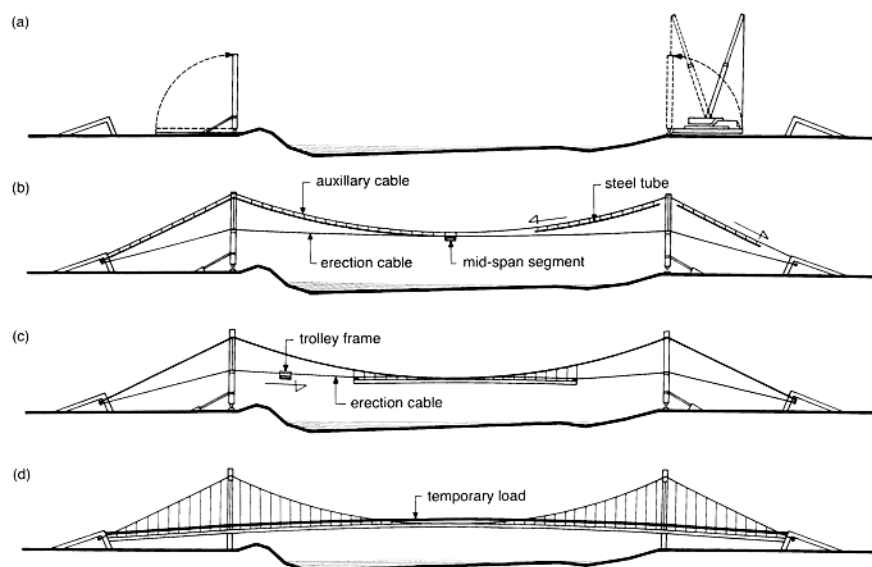


Fig. 4.6 – Fases construtivas do método descrito por Jiri Strasky (Strasky (2005))

#### 4.3.1. EDIFICAÇÃO E LEVANTAMENTO DOS PILARES

Os pilares de betão podem ser betonados *in situ* na posição horizontal, com as rótulas na sua base, para permitir a rotação até à sua posição final. A montagem dos pilares metálicos processa-se da mesma forma. Após a construção, estes são elevados até à posição de projecto, onde repousam em apoios temporários.

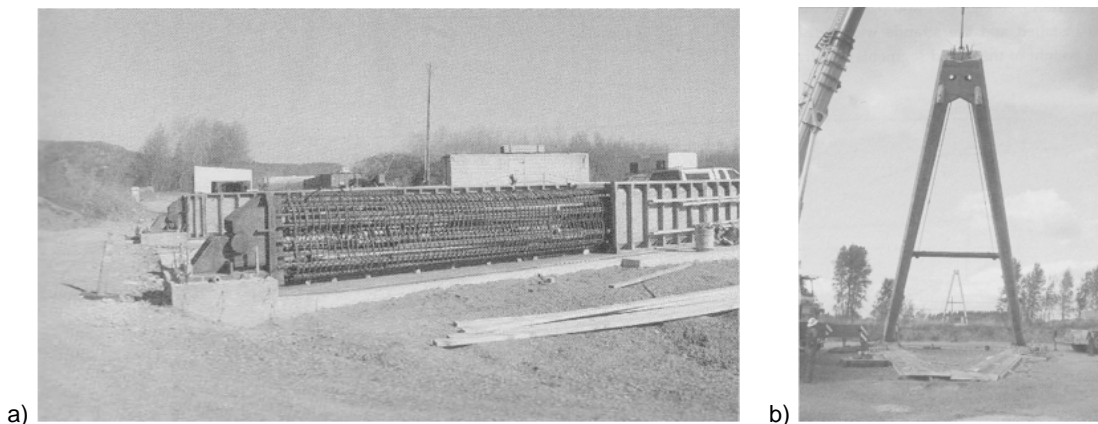


Fig. 4.7 – a) Betonagem do pilar *in situ* b) Erecção do pilar (Strasky (2005))

#### 4.3.2. ERECÇÃO DOS CABOS DE SUSPENSÃO

O primeiro passo para a erecção dos cabos consiste na elevação do segmento de tabuleiro do meio vão. Este é feito deslizar num par de cabos temporários de erecção, até à sua posição central, exactamente a meio vão. Os cabos de erecção são fixos nos blocos de ancoragem e passam numa sela temporária instalada numa zona central dos pilares.

Numa fase posterior são colocados os cabos que, de seguida são tensionados, de modo a atingir o comprimento de projecto. No decorrer deste procedimento, o peso próprio do segmento central até aqui suportado pelos cabos de erecção, é transferido para os cabos através dos pendurais.

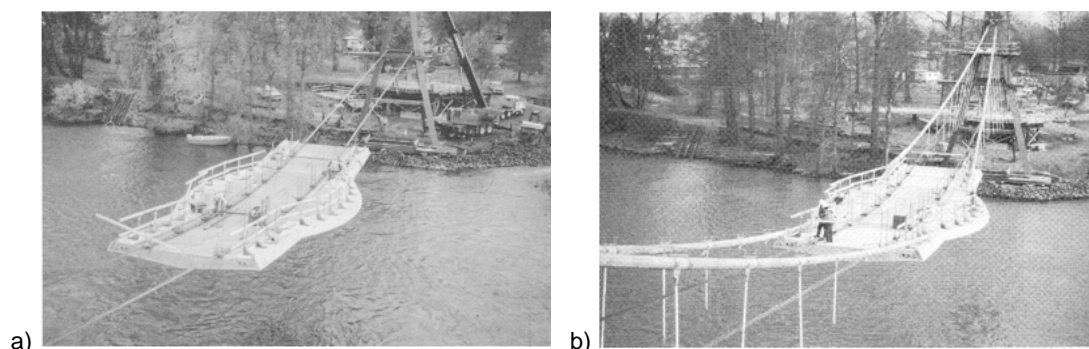


Fig. 4.8 – Willamette River Bridge, OR, USA – segmento central do tabuleiro a) suspenso nos cabos de erecção  
b) suspenso nos cabos principais (Strasky (2005))

#### 4.3.3. COLOCAÇÃO DOS SEGMENTOS DE TABULEIRO

Antes de se prosseguir com a colocação do tabuleiro, os suportes temporários nos pilares devem ser retirados.

A colocação de cada segmento de tabuleiro é efectuada da mesma forma que se procedeu para o segmento central, ou seja, deslizando os segmentos através do cabo de erecção até à sua posição de destino. Os segmentos são então ligados aos pendurais, permitindo uma transferência de suporte gradual. Este processo deve ser realizado de uma forma simétrica para evitar assimetrias na geometria do cabo ao longo da construção.

A ligação entre segmentos é feita, nesta fase, com conexões articuladas, permitindo a livre rotação relativa dos segmentos, que de outra maneira seria causadora de elevados momentos flectores.

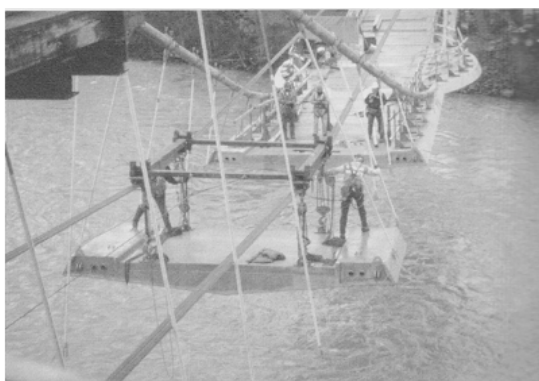


Fig. 4.9 – Willamette River Bridge, OR, USA – colocação de um segmento do tabuleiro (Strasky (2005))

As mudanças de geometria do tabuleiro ao longo deste processo são de tal ordem que, no caso estudado por Strasky, Jiri (2005), a Vranov Lake Pedestrian Bridge na Republica Checa, que possui na

sua fase final uma contra-flecha, numa etapa inicial da construção o tabuleiro tinha uma geometria côncava em vez de convexa.

Após toda a estrutura estar na posição final de projecto, as ligações entre segmentos do tabuleiro são betonadas, conferindo-lhe uma maior rigidez. Na situação descrita por Strasky, Jiri (2005), existe ainda uma fase de pós-tensionamento do tabuleiro, não necessariamente obrigatória para a maioria das estruturas.

#### **4.4. CONCLUSÃO**

Ao longo deste capítulo foi feita uma síntese dos processos construtivos existentes. Tentou-se fazer uma abordagem que privilegiasse a exposição de métodos e técnicas que poderão vir a ser úteis na construção de uma ponte pedonal suspensa onde é impedido o acesso inferior.

O método por avanços sucessivos, numa das suas variações, prevê a erecção dos segmentos de tabuleiro na zona dos pilares, o seu posterior transporte sobre o comprimento de tabuleiro já erguido e a sequente colocação na posição final. A desvantagem deste método é a necessidade da construção do tabuleiro com o seu peso próprio total, para permitir o deslocamento dos segmentos de tabuleiro seguintes sobre este, que causará elevadas deformações da geometria dos cabos principais e do próprio tabuleiro. Em nenhuma fase do processo construtivo é necessário o acesso através da zona inferior à estrutura, fazendo deste método o mais indicado para a construção quando aquele acesso é difícil.

O processo de Strasky (2005) para pontes pedonais é também de grande interesse, visto a colocação dos segmentos de tabuleiro ser executada através do deslizamento destes até à sua posição de projecto. É então clara a dispensa de elevação de elementos estruturais através da parte inferior da estrutura. O problema neste método reside na mobilização de operários para a parte central do vão, de modo a que os trabalhos de posicionamento dos segmentos e da ligação com os pendurais sejam efectuados. Existe a hipótese de estes se deslocarem à “boleia” num dos segmentos, enquanto este é puxado até à posição destino através da outra margem, processo que seria pouco prático e moroso visto no final do dia os operários necessitarem de abandonar a estrutura.

## 5

## ANÁLISE E DIMENSIONAMENTO DA ESTRUTURA

## 5.1. SISTEMAS NÃO-LINEARES

Os cabos são elementos estruturais de elevada eficiência mas, conferem também bastante complexidade aos sistemas em que se inserem.

Esta complexidade resulta das características bastante próprias destes elementos: só respondem a solicitações axiais de tracção e não transportam nem momentos flectores, nem esforços transversos; a teoria dos pequenos deslocamentos, que em conjunto com a *lei de Hooke* define o princípio do comportamento geométrico linear, não pode ser aplicada; a solicitação destes elementos resulta, em geral, numa rotação em torno do próprio eixo que tende a aumentar a rigidez do sistema a par do aumento do esforço de tracção axial.

Destas particularidades, as que mais dificuldades introduzem na análise são as que envolvem a resposta não linear do sistema. Grande parte das análises estruturais são feitas considerando a linearidade material e geométrica, o que não é possível nesta situação. Torna-se então imperativo o recurso a programas de cálculo estrutural que possuam capacidades de análise não-linear geométrica.

A análise não-linear geométrica utilizada na análise de cabos é do tipo  $P - \Delta$ , que se baseia numa série de iterações ao longo das quais é feita uma actualização sucessiva da geometria.

O comportamento não linear geométrico pode ser explicado com base num sistema mais simples (Figura 5.1), que consiste numa barra rígida apoiada nas duas extremidades e em que o outro apoio é materializado por uma mola (Carneiro de Barros (2005)).



Fig.5.1 – Barra rígida, exemplo de não linearidade geométrica

Tendo em conta a geometria inicial do sistema, sem considerar qualquer deformada, e efectuando para esta uma análise elástica das equações de equilíbrio, conclui-se que a acção  $F$  na extremidade direita da barra, e o esforço axial  $N$  são independente. Logo, a rigidez da mola é dada pela relação:

$$K = \frac{F}{\Delta} \quad (5.1)$$

na qual  $\Delta$  representa o deslocamento vertical da mola.

Na maioria dos casos, o deslocamento  $\Delta$  é infinitesimal e uma análise elástica deste tipo é suficiente. No entanto, se este deslocamento for finito, embora reduzido, terá que ser obtido o equilíbrio para a geometria deformada. Este pode ser feito através do equilíbrio de momentos na extremidade esquerda da barra, do qual resulta:

$$F \cdot L - N \cdot \Delta = F_{mola} \cdot L \quad (5.2)$$

onde a força presente na mola pode ser expressa em função da sua rigidez  $K$  e do deslocamento  $\Delta$  tal que:

$$F_{mola} = K \cdot \Delta \quad (5.3)$$

Substituído a expressão (5.3) em (5.2):

$$F \cdot L - N \cdot \Delta = (K \cdot \Delta) \cdot L \quad (5.4)$$

Que dividida em ambos os membros por  $L$  e rearranjada resulta em:

$$\left( K + \frac{N}{L} \right) \cdot \Delta = F \quad (5.5)$$

na qual se salienta o factor  $N/L$  que representa a rigidez geométrica  $K_G$ :

$$(K + K_G) \cdot \Delta = F \quad (5.6)$$

É simples verificar pela expressão da rigidez geométrica, que esta é proporcional ao esforço axial actuante no elemento, o que significa que, para esforços axiais elevados, existe uma rigidez geométrica  $K_G$  também elevada.



Quanto aos deslocamentos, verifica-se que para uma acção constante  $F$ , estes variam inversamente à grandeza da força de tracção  $N$ .

## **5.2. MÉTODO DE CÁLCULO**

A complexidade e não linearidade do sistema implicam, naturalmente, que o método de cálculo seja complexo, podendo obter-se resultados menos certos que importa serem detectados e corrigidos. É fulcral que as soluções sejam analisadas com sentido crítico tendo em conta toda a teoria enunciada em capítulos anteriores e que a credibilidade e confiança nos programas automáticos de análise estrutural seja limitada.

Numa fase inicial da definição da estrutura importa determinar a geometria dos cabos de suspensão, partindo dos seus parâmetros dimensionais como o vão, desnível entre apoios e a flecha. Em geral, o vão e o desnível entre apoios são previamente impostos, restando somente definir a flecha. No caso em estudo, foi feita uma análise de vários valores de flecha compreendidos nos limites do rácio *flecha/vão* de  $1/11$  a  $1/8$ , seguindo também o recomendado por Gimsing (1997) para este tipo de estruturas (Figura. 3.7). Conhecido o valor que se pretende para a flecha, é definida a equação da parábola enunciada no Capítulo 3 para a definição da geometria pretendida para o cabo (este cálculo é feito no Anexo I com a ajuda de um programa de cálculo).

Para a construção de um primeiro modelo de cálculo é necessário o conhecimento das dimensões aproximadas dos elementos metálicos que constituem o tabuleiro, para que os seus pesos próprios possam ser considerados nessa análise. Esse pré-dimensionamento é feito com base num modelo de viga metálica contínua, suportada em apoios em vez de pendurais e sujeita à solicitação das cargas da laje de betão e das sobrecargas devidamente majoradas.

Este primeiro modelo é essencial para o pré-dimensionamento dos cabos principais e pendurais, visto existir pela primeira vez uma estrutura com solicitações e secção do tabuleiro provisoriamente definidas. A partir dos esforços axiais máximos nos cabos e pendurais, definem-se duas áreas de secção transversal provisórias para integrar numa segunda versão do modelo. A segunda versão tem todos os elementos definidos, embora com solicitações e dimensões provisórias e uma geometria dos cabos principais distinta da definida anteriormente pela equação da parábola elástica.

O ajuste de geometria do cabo e do tabuleiro é feito por um processo iterativo em que são introduzidos nos cabos principais variações de temperatura uniforme, simulando as correcções para o seu comprimento inicial correcto, isto é, até que, em condições de serviço, mais concretamente durante a combinação permanente de acções, o ponto central do tabuleiro e consequentemente do cabo se encontrem na posição final pretendida.

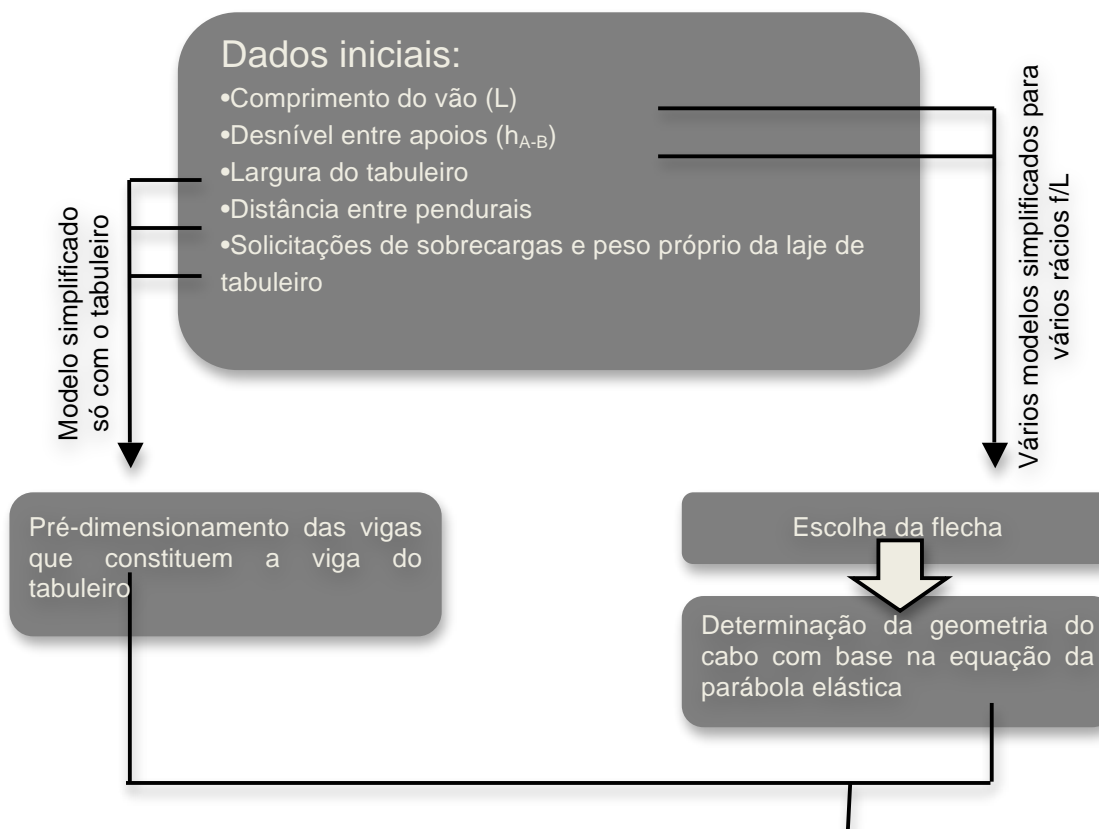
Com o deslocamento vertical de cada pendural no final da análise do modelo anterior, é aplicado ao respectivo pendural uma deformação de valor igual ao seu mesmo deslocamento vertical. Com este processo pretende-se acertar a geometria do tabuleiro e do cabo principal para que a análise deste modelo origine resultados suficientemente precisos para um posterior dimensionamento. A inexactidão neste processo leva a que o número de iterações no processo de dimensionamento aumente.

No fim da fase anterior é possível executar uma análise para o Estado Limite Último (ULS<sup>6</sup>) com vista ao dimensionamento de todos os elementos estruturais. É importante, no fim deste dimensionamento a verificação da conformidade segundo o Eurocódigo 3 (EC3) e o posterior ajuste das solicitações de peso próprio, se as houver, e repetir os passos de ajuste de geometria do cabo e do tabuleiro até que se encontre uma solução que não sofra alterações no dimensionamento.

No final daquele processo iterativo é também importante verificar o comportamento em serviço do tabuleiro de acordo com o EC3 Parte 1-1 e dos cabos de acordo com a Parte 1-11 do mesmo código. Se os limites impostos não se verificarem, é inevitável a alteração do dimensionamento estrutural, e como é óbvio, realizar todo o processo e ajuste de geometria, verificações de dimensionamento e comportamento até aqui realizados.

Terminada a análise estática é também necessário proceder a uma análise dinâmica com o modelo dimensionado de acordo com a fase estática. Se as frequências e acelerações obtidas nesta análise dinâmica forem pouco satisfatórias e fora dos intervalos recomendados, é imperativa a reformulação da estrutura, que obriga a uma nova análise estática ou à introdução de meios de controlo de frequências e acelerações.

Pode assim concluir-se que o método de cálculo tem alguma complexidade devido aos sucessivos processos iterativos. Para que este método possa ser compreendido com maior simplicidade apresenta-se a representação esquemática seguinte:



<sup>6</sup> ULS – Ultimate Limite States (Estados Limite Último)

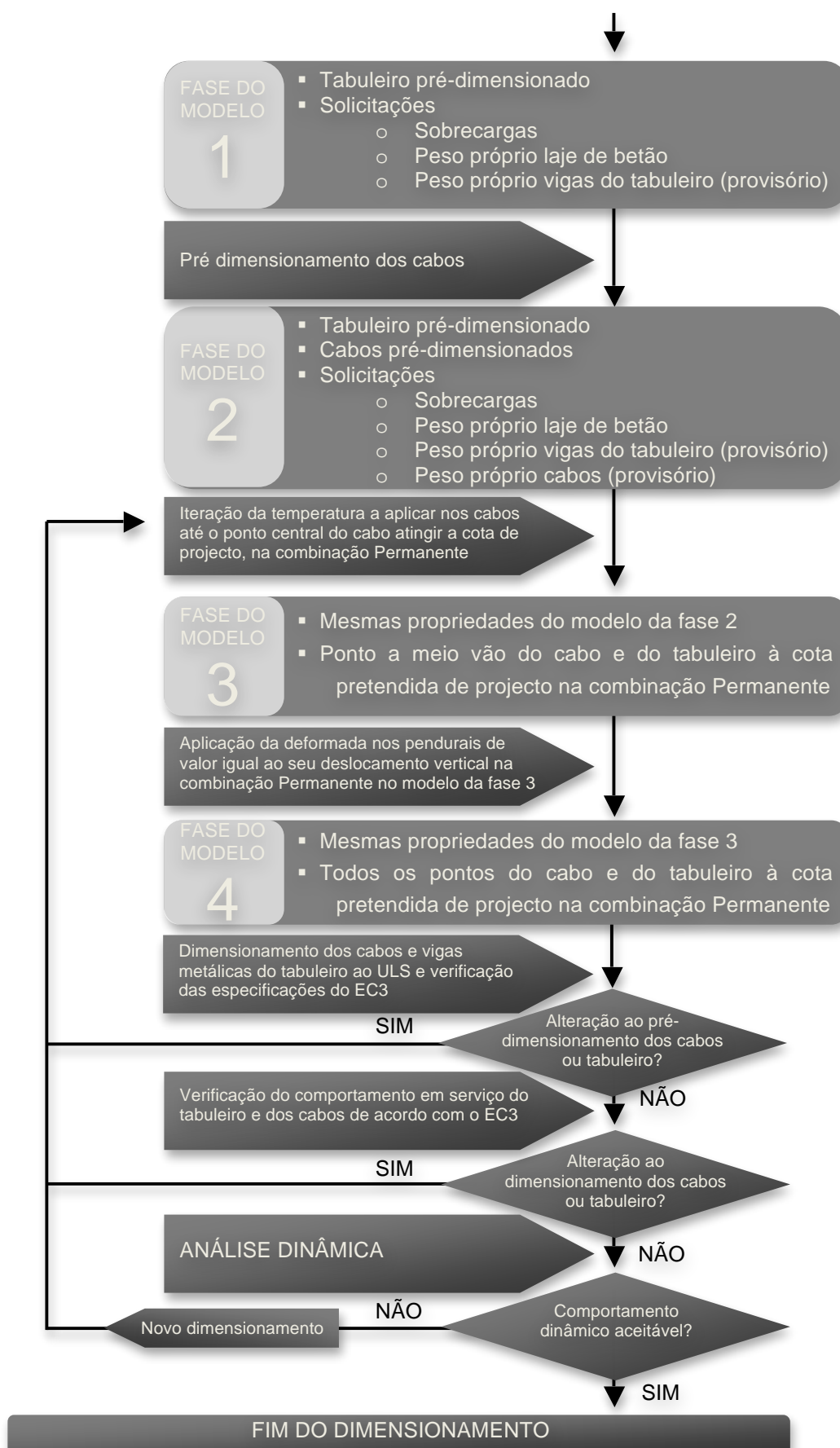


Fig.5.2 – Método de cálculo

### 5.3. MODELAÇÃO

#### 5.3.1. AJUSTE DA FLECHA

Como descrito no Capítulo 3, a flecha num cabo sujeito a carregamento transversal tem grande importância na grandeza do esforço axial instalado.

Vários autores consideram que numa ponte suspensa, o valor do rácio *flecha* ( $f$ )/vão ( $L$ ) deve encontrar-se  $1/11$  e  $1/8$ , valores que combinam uma redução eficaz de tensões não desprezando a economia e estética da solução. *Irvine* considera que o valor limite superior de  $f/L$  deve ser de  $1/8$  (Irvine, H. Max (1974)). mas outros autores mais conservativos preferem  $1/9$  (Gimsing, N. J. (1997)).

Tendo em conta estes limites, uma breve análise foi realizada com várias grandezas para a flecha. Para tal, foram analisadas quatro estruturas. Em traços gerais, as estruturas são análogas, apresentando o mesmo vão  $L$  a vencer de 240m, a mesma altura das torres  $h$  de 31m, o mesmo desnível  $h_{A-B}$  entre suportes dos cabos principais (nulo) e ainda características inalteradas para os elementos utilizados.

A geometria dos cabos principais foi obtida de forma simplificada, fazendo uso da ferramenta de formatação de cabos do programa SAP 2000 v12, que permite uma aproximação expedita da geometria através da definição inicial do vão a vencer e da flecha aproximada.

A Figura 5.3 representa as quatro soluções analisadas.

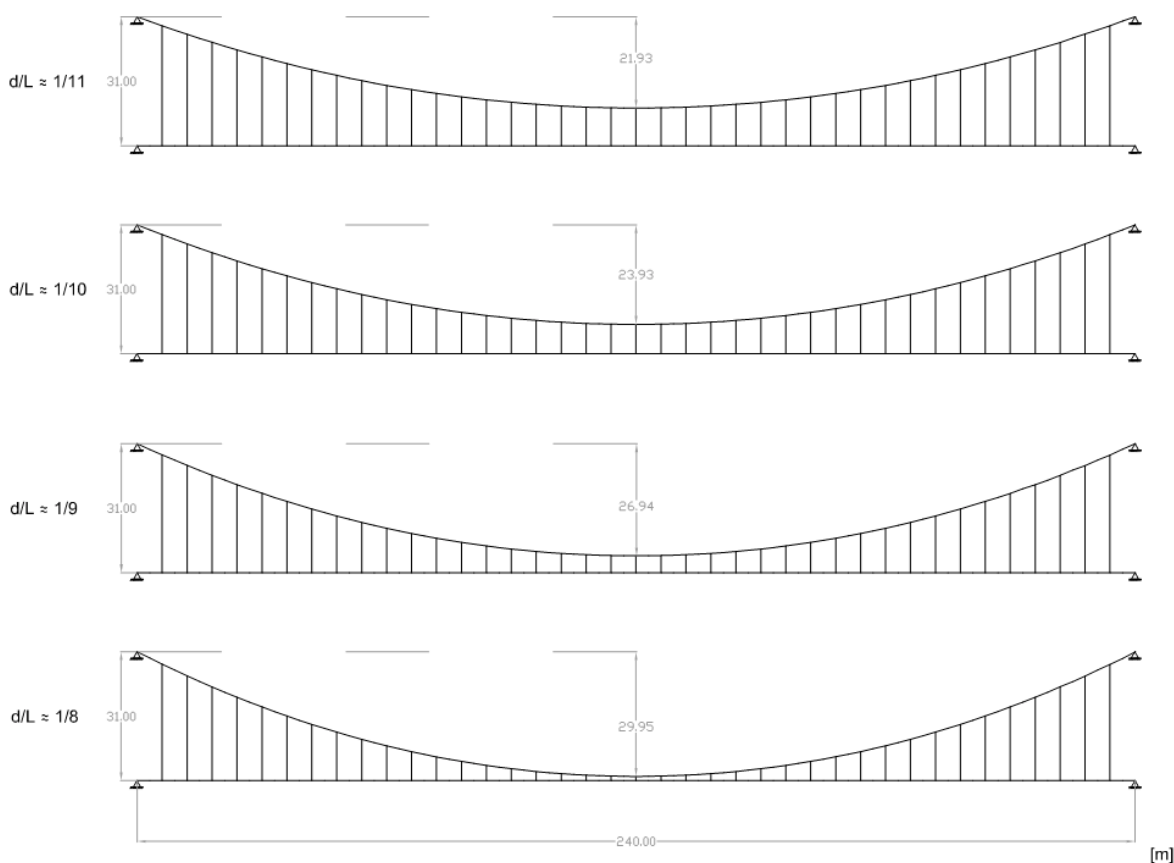


Fig. 5.3 – Várias soluções para o rácio  $f/L$

Nesta análise considerou-se conveniente a simplificação do modelo usado, reduzindo-o a duas dimensões. Em todos os modelos foi aplicada uma carga uniformemente distribuída ao longo do tabuleiro, não tendo em conta qualquer peso próprio da estrutura.

O objectivo primordial desta análise é o ajuste do valor da flecha de modo a que se possa obter uma solução económica e com elevada eficiência estrutural. Importa comprovar esta eficiência, não só através da grandeza do esforço axial gerado pela solicitação mas também da magnitude dos deslocamentos verticais da solução.

Numa primeira análise, as soluções foram sujeitas a uma carga uniformemente distribuída em todo o vão do tabuleiro com um valor de 15kN/m. O Quadro 5.1 apresenta o sumário dos resultados das soluções analisadas para esta solicitação, onde  $\delta_v$  é o deslocamento vertical do cabo a meio vão

Quadro 5.1 – Sumário de resultados para o primeiro cenário de carregamento das várias soluções de  $f/L$

$f/L$	$f$ (m)	$N_{\max}$ (kN)	$N_{\max}/\min(N_{\max})$	$\delta_v$ (m)	$\delta_v/\min(\delta_v)$	$\delta_v/f$ (%)
$\approx 1/11$	21.93	4918.49	1.26	-1.534	1.52	6.99
$\approx 1/10$	23.93	4613.13	1.18	-1.352	1.34	5.65
$\approx 1/9$	26.94	4225.82	1.08	-1.150	1.14	4.27
$\approx 1/8$	29.95	<b>3907.33</b>	1.00	<b>-1.011</b>	1.00	3.38

Os resultados mais relevantes da análise são:

- o esforço axial máximo instalado no cabo principal ( $N_{\max}$ );
- o deslocamento vertical máximo a meio vão do cabo ( $\delta_v$ ).

Para facilitar a análise, foram calculados rácios para os dois parâmetros. O esforço axial máximo de cada solução foi dividido pelo valor mínimo das quatro soluções, e o deslocamento vertical foi dividido pela flecha da respectiva solução e também pelo valor mínimo do deslocamento vertical, permitindo assim uma melhor comparação entre as soluções.

Em termos de esforços axiais instalados no cabo, é clara a vantagem que a configuração com maior rácio  $f/L$  apresenta sobre as restantes. A solução mais desfavorável, com rácio de  $1/11$ , apresenta um esforço axial cerca de 26% superior à solução com melhor desempenho.

Quanto aos deslocamentos verticais, há um aumento do valor destes com a diminuição da flecha. Numa análise comparativa, o valor com menor flecha resulta num deslocamento vertical máximo, cerca de 1.5 vezes superior ao da configuração com o mais elevado rácio. Quando comparados com os valores da flecha inicial, é mais uma vez clara a vantagem da ultima solução, destacando-se da mais próxima por cerca de um ponto percentual e de perto de 2.5% para a solução menos interessante.

Segundo Gimsing (1997), como já referido no Capítulo 3, o deslocamento vertical tende a aumentar para rácios  $f/L$  mais elevados quando o carregamento incide sob os 40% centrais do vão (Figura 3.7). Segundo o autor, este efeito é mais sentido em configurações em que a relação  $f/L$  tem valores superiores a  $1/10$  e deve-se em parte à necessidade de uma maior área de secção transversal nos cabos com maiores esforços axiais, que por outro lado reduz os deslocamentos verticais para rácios menores.

Para comprovar esta hipótese e, ao mesmo tempo, encontrar o rácio ideal para este caso de estudo, foi feita uma nova análise. Desta vez, após um pré-dimensionamento, a cada configuração foi atribuída uma secção transversal para o cabo principal compatível com as tensões axiais lá instaladas. Além disso, dois casos de carga foram analisados: o primeiro, análogo ao do cenário anterior, consiste numa carga uniformemente distribuída ao longo de todo o tabuleiro de 15kN/m; o segundo caso consiste,

,mais uma vez, numa carga uniformemente distribuída ao longo de todo o tabuleiro de 7.5kN/m e uma carga adicional com o mesmo valor sobreposta em 40% na parte central do vão.

Os deslocamentos verticais máximos a meio vão resultantes deste cenário, para ambas as situações de carregamento, são sumarizados no Quadro 5.2.

Quadro 5.2 – Deslocamentos verticais no segundo cenário de carregamento das várias soluções de  $f/L$

Solicitações	$f/L$	$f$ (m)	$\delta_v$ (m)
Uniforme ao longo de todo o vão	$\approx 1/11$	21.93	-3.220
	$\approx 1/10$	23.93	-3.177
	$\approx 1/9$	26.94	-2.959
	$\approx 1/8$	29.95	<b>-2.918</b>
Predominantes nos 40% centrais do vão	$\approx 1/11$	21.93	-3.378
	$\approx 1/10$	23.93	-3.383
	$\approx 1/9$	26.94	<b>-3.266</b>
	$\approx 1/8$	29.95	-3.279

A primeira conclusão retirada da análise é a existência de maiores deslocamentos a meio vão com uma situação de carga menor, embora que concentrada a meio vão, do que com o total de carregamento superior distribuído ao longo de todo o vão.

Na primeira situação de carregamento não houve alterações significativas, mantendo-se a configuração com maior rácio  $f/L$  como a mais favorável e aparecendo mais uma vez uma evolução dos deslocamentos inversa ao do valor da flecha.

No caso da predominância de acções no centro do tabuleiro, a evolução dos deslocamentos não se mostra tão linear. O menor deslocamento vertical nesta situação pertence ao rácio  $1/9$  seguido de perto pelo de  $1/8$  com uma tendência crescente, tanto entre as duas primeiras soluções como nas duas últimas, havendo uma quebra da segunda para a terceira. Esta irregularidade de soluções será resultado do sob ou sobredimensionamento das secções transversais dos cabos para os esforços aí instalados.

Tomando como válida a teoria descrita por Gimsing (1997), é tentador escolher um valor para o rácio  $f/L$  próximo do valor típico adoptado para pontes suspensas de  $1/10$ , valor também recomendado por este mesmo autor. No entanto, tendo em conta os resultados da análise aqui desenvolvida, mais particularmente a maior eficiência estrutural por parte de soluções com maiores rácios  $f/L$ , é preferível aumentar o rácio deste para intervalos mais próximos de  $1/9$ .

O valor da flecha escolhida foi de 25m, que corresponde a um rácio  $f/L$  de  $1/9.6$ , solução que mostra algum equilíbrio entre o valor óptimo de Gimsing (1997) e valores mais elevados que permitem uma maior redução de esforços axiais e logo uma maior economia.

### 5.3.2. CONSTRUÇÃO E ANÁLISE DO MODELO NUM PROGRAMA DE ANÁLISE ESTRUTURAL

O programa de cálculo SAP 2000 v12.0.0, concilia todas as funcionalidades necessárias com um ambiente gráfico intuitivo e relativamente simples de utilizar com estruturas com cabos. Além disso, permite um estudo faseado, que será uma mais-valia quando se realizar a análise do processo construtivo.

Este programa oferece ainda a vantagem da possibilidade de adopção do elemento estrutural cabo sem que este tenha de ser simulado através de barras biarticuladas. A introdução de um destes elementos é seguida da sua configuração, sendo possível a escolha da flecha, limitações de tensão ou deformações axiais, funcionalidade bastante útil na definição expedita de soluções.

O modelo é introduzido no programa de cálculo com a geometria que se pretende obter para a solicitação dos pesos próprios, ou seja, para a combinação permanente de acções.

A definição da geometria final aproximada dos cabos foi feita tendo em conta a validade da aproximação da equação da parábola elástica à forma da equação da catenária elástica. Fazendo uso de um programa de cálculo automático é relativamente simples calcular as cotas  $z(x)$  espaçadas de três em três metros, através da equação da parábola elástica e dos dados iniciais supracitados. As coordenadas de cada ponto, bem como a matriz de conectividades, são importadas directamente da folha de cálculo para o programa de análise estrutural, resultando numa definição geométrica com bastante precisão. O espaçamento de três metros entre cada ponto é vantajoso, uma vez que permite a ligação dos pendurais equidistantes de seis metros do tabuleiro aos cabos, sem que estes sofram inclinações significativas.

Ao longo da análise verificaram-se alguns problemas de convergência devido ao facto dos cabos e pendurais só funcionarem quando estão sujeitos a solicitações que provoquem esforços axiais de tracção. Este contratempo foi resolvido, aplicando uma variação de temperatura negativa com um valor muito baixo a estes elementos. Deste modo, conseguiu-se um correcto funcionamento da estrutura sem influências significativas nos resultados globais.

Quanto ao tabuleiro, devido à sua geometria simples a sua modelação torna-se bastante trivial. Este é modelado por uma série de elementos de barra e uma casca de elementos finitos, formando a estrutura metálica e a laje de betão. Foram consideradas duas situações de suporte: uma primeira relativa à análise estática, em que foram colocados apoios nas três direcções principais numa das extremidades do tabuleiro e na oposta foram apenas restringidos os movimentos de translação nas direcções vertical e transversal do tabuleiro, simulando o efeito de juntas; numa segunda situação, relativa à análise dinâmica, foram adoptados apoios que restringem qualquer tipo de translação em ambos os extremos, pretendendo-se simular a acção de amortecedores na limitação de movimentos instantâneos.

Considerou-se que as lajes de betão que compõem o tabuleiro descarregam apenas segundo o eixo longitudinal, ou seja, são suportadas apenas pelas vigas transversais. Por simplificação, as cargas devidas a pesos próprios e a sobrecargas de utilização foram aplicadas directamente nas vigas transversais.

Uma das mais relevantes simplificações introduzidas no modelo foi a substituição dos pilares por apoios fixos na extremidade dos cabos. A validade desta consideração depende dos deslocamentos sofridos pelo topo dos pilares durante o funcionamento da estrutura. Para que esta possa ser considerada no modelo, é fulcral que se garantam valores mínimos de translações no topo dos pilares.

As vistas de alçado e planta da Figura 5.4 resumem a configuração geométrica final da estrutura após a definição da flecha e do cálculo da geometria dos cabos.

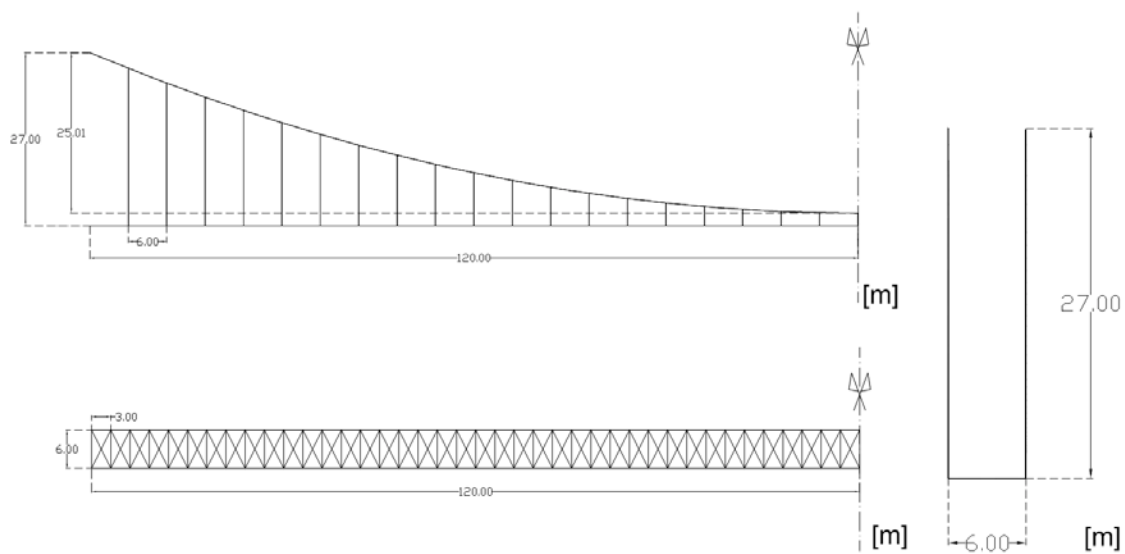


Fig. 5.4 – Vistas dos planos XOZ (cima esquerda), XOY (baixo esquerda) e XOY(direita) da geometria adoptada para a construção do modelo

Esta geometria foi a base para a introdução do modelo no programa de análise estrutural SAP 2000 v12.0.0. O resultado dessa modelação deu origem às vistas da Figura 5.5.

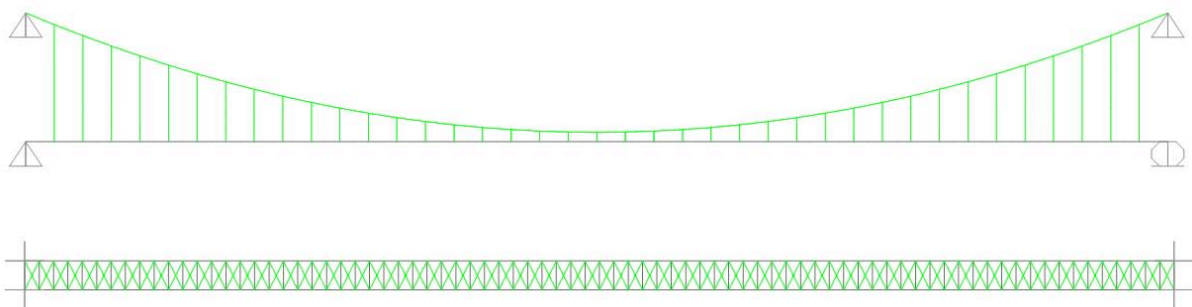


Fig. 5.5 – Vistas dos planos XOZ (cima), XOY (baixo) geradas pelo programa SAP 2000 v.12.0.0 para o modelo de análise estática

Este programa permite também gerar vistas tridimensionais da estrutura, tais como os da Figura 5.6.



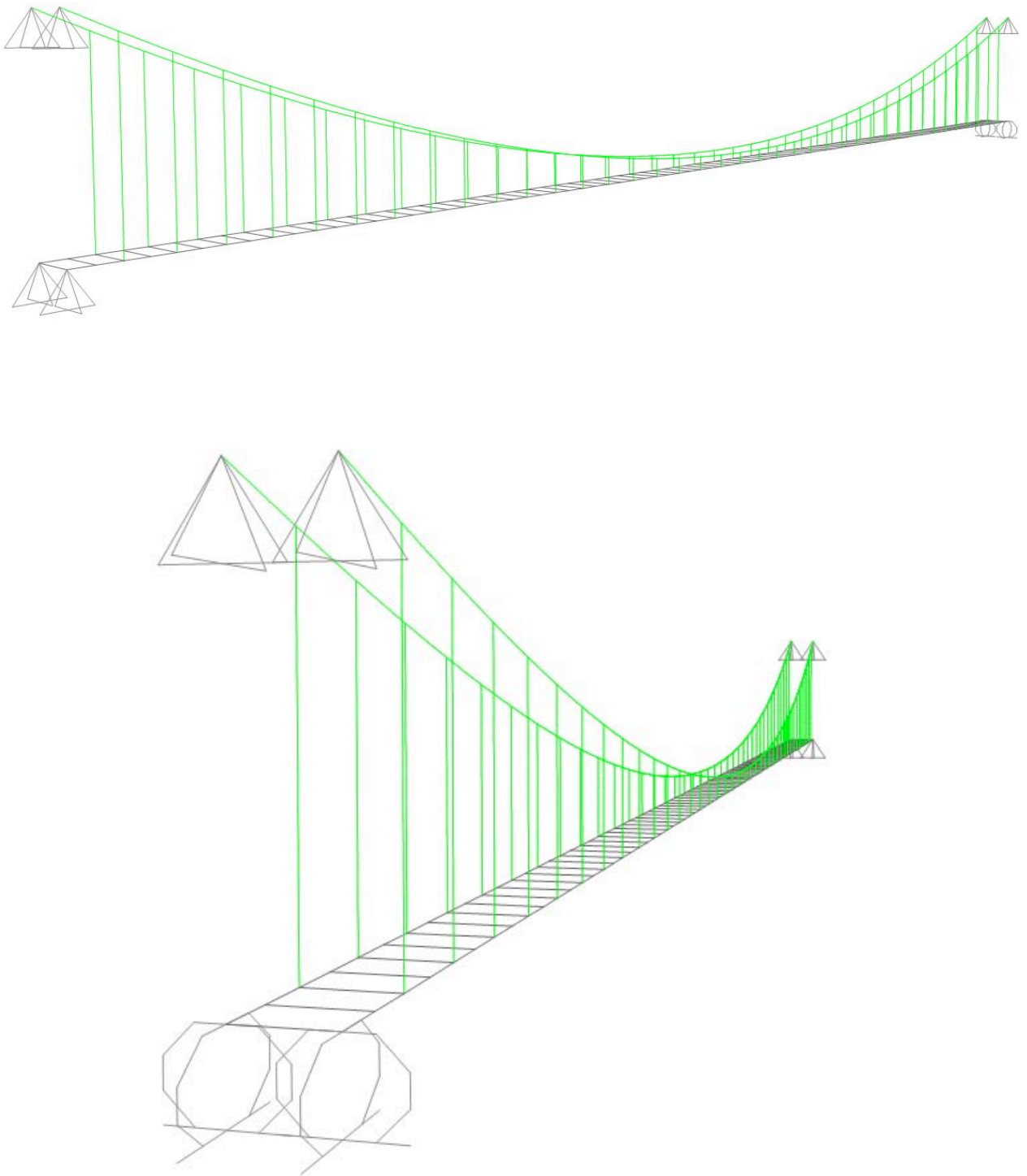


Fig. 5.6 – Vistas em três dimensões do modelo de análise estática geradas pelo programa SAP 2000 v.12.0.0

### 5.3.3. VALIDAÇÃO DO MODELO

Com o objectivo de constatar a veracidade dos resultados obtidos no programa de cálculo SAP 2000, foi modelada a mesma estrutura no programa Robot Structural Analysis Professional 2009.

Devido às diferenças de funcionamento entre ambos os programas de análise as devidas considerações tiveram que ser tomadas aquando da segunda modelação. Nomeadamente, os cabos e pendurais foram modelados por elementos de barra aos quais foi atribuída uma inércia mínima, de modo a melhor simular as propriedades mecânicas do elemento cabo. Não foi imposto limite de compressão nestes elementos, possibilitando a existência deste tipo de esforços nos cabos. Além do mais, como simplificação, não foi considerada a rigidez devida à existência da laje de betão.

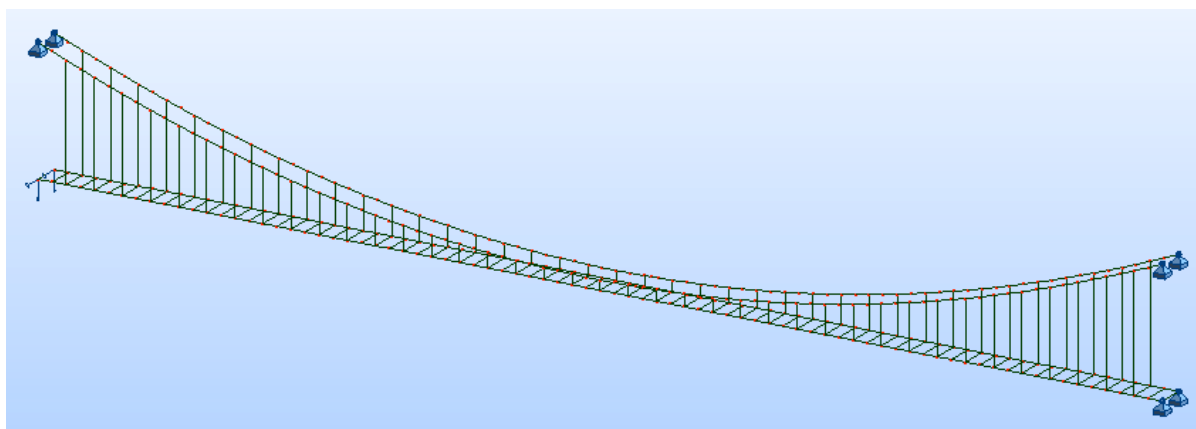


Fig. 5.7 – Configuração do modelo de validação executado em Robot Structural Analysis Professional

A análise foi realizada para a combinação permanente de acções, mais adiante descrita, que conta somente com os pesos próprios da estrutura e com uma variação de temperatura uniforme nos cabos com o objectivo de atingir a geometria pretendida. A variação de temperatura necessária para tal efeito no modelo em Robot Structural Analysis Professional 2009 foi de  $-17^{\circ}\text{C}$ .

O Quadro 5.3 compara os valores obtidos em ambas as modelações para alguns dos resultados mais relevantes.

Quadro 5.3 – Comparação de resultados obtidos em SAP 2000 e em Robot Structural Analysis Professional 2009

		SAP 2000	Robot	$\Delta$ (%)
Esforços axiais	Cabo Principal	6608.86	6614.78	0.089
	Pendural	123.47	123.36	-0.089
Reacções no apoio dos cabos principais	Vertical (Fz)	2500.41	2502.07	-0.026
	Horizontal (Fx)	-6117.60	-6122.21	0.075

A máxima diferença de resultados obtidos é de 0.089%, valor insignificante que permite confirmar a validade do primeiro modelo realizado.

## **5.4. ANÁLISE ESTATICA**

### **5.4.1. SOLICITAÇÕES**

As solicitações tidas em conta para a análise de dimensionamento foram: as acções permanentes da estrutura, as sobrecargas de utilização e variações uniformes de temperatura, definidas nas normas europeias, nomeadamente no Eurocódigo 1 (EC 1). Salienta-se que não foi em qualquer momento da definição das solicitações feito uso do Anexo Nacional.

Nesta análise não foram tidas em conta as solicitações do vento, visto a sua análise apresentar elevada complexidade. Para conseguir um estudo correcto da componente aerodinâmica, seria necessária a construção de modelo da estrutura à escala e o seu estudo no túnel de vento.

### **Cargas Permanentes**

Das solicitações permanentes, fazem parte todas as acções relativas ao peso próprio da estrutura bem como a acção da variação uniforme da temperatura aplicada nos cabos para efeitos geométricos.

À excepção do peso próprio da laje, que consiste numa carga uniformemente distribuída ao longo de todo o tabuleiro, todas as outras cargas relativas ao peso próprio de elementos estruturais foram sofrendo iterações ao longo do processo de dimensionamento. A laje de betão armado tem 25cm de espessura e que ocupa toda a largura e comprimento do vão da ponte, o que se materializa numa carga de superfície de  $6.25\text{kN/m}^2$ . Esta carga foi aplicada no modelo como uniforme linear ao longo das vigas transversais, equidistantes de 3m, com um valor de  $18.75\text{kN/m}$ .

Para além das lajes de betão, o tabuleiro é composto por vigas metálicas longitudinais que suportam todas as acções que neste actuam. No final do processo de dimensionamento o valor do peso próprio destes elementos é de  $0.31\text{kN/m}$  para as vigas na direcção longitudinal e de  $0.6\text{kN/m}$  para as que se orientam transversalmente.

O sistema de cabos foi também sofrendo alterações na sua área de secção transversal, e logo do seu peso próprio, ao longo do processo de análise e dimensionamento. Após a definição da geometria dos cabos e da sua área de secção transversal definitiva, é obtido um peso próprio para os cabos de  $1.52\text{kN/m}$ . No caso dos pendurais, o valor definitivo do seu peso próprio é de  $0.03\text{kN/m}$ .

Além do peso próprio, os cabos principais estão sujeitos a uma variação de temperatura que tem como objectivo o ajuste da geometria da ponte no modelo informático. Esta solicitação é apenas considerada para efeitos de cálculo e como tal não será majorada nem minorada em nenhuma circunstância. Esta acção consiste numa variação uniforme negativa da temperatura de  $-185^\circ\text{C}$ , valor conseguido após várias iterações de dimensionamento.

### **Sobrecargas de Utilização**

O EC 1 Parte 2 define as sobrecargas de utilização a aplicar em qualquer tipo de ponte.

Segundo este, o valor característico recomendado da sobrecarga vertical uniformemente distribuída  $q_k$  para situações de “crowd loading” é de  $5\text{kN/m}^2$ , ou de um valor dependente do tamanho do vão mas, nunca inferior a  $2.5\text{kN/m}^2$  e nunca superior a  $5\text{kN/m}^2$ . No caso em análise, onde o vão tem um comprimento considerável, optou-se por aplicar uma sobrecarga de utilização no tabuleiro de  $5\text{kN/m}^2$  que garantirá um melhor comportamento em caso da sua utilização por multidões.

Esta norma faz ainda referência a uma carga concentrada  $Q_{fvk}$  que terá de ser aplicada com uma grandeza de 10kN numa área quadrada de 0.10m de lado. Esta não foi tida em conta, visto a espessura da laje do tabuleiro ter uma dimensão certamente compatível com o valor desta acção.

É ainda prevista a situação da entrada de veículos de emergência ou de serviço na ponte, situação que deve ser considerada se não forem tomadas medidas para prevenir o acesso destes veículos ao tabuleiro. Considera-se neste caso que tais medidas foram tomadas e que tal verificação não será necessária.

A propósito da definição das acções nas guardas é aconselhada a consulta de anexos nacionais na definição deste valor para pontes pedonais, por falta de tal documentação foi adoptado o mínimo recomendado de 1.0kN/m.

No que diz respeito às acções horizontais, esta mesma norma recomenda a utilização de uma sobrecarga uniformemente distribuída ao longo no tabuleiro  $Q_{fk}$  com um valor de pelo menos 10% da sobrecarga de utilização vertical uniformemente distribuída ou 60% do peso total do veículo de serviço, situação não aplicável neste caso em que este veículo não é considerado. Tendo em conta a largura do tabuleiro de 6m esta carga é considerada com o valor de 3kN/m.

O Anexo A1 do Eurocódigo 0 (EC 0) recomenda para as sobrecargas de utilização a consideração dos factores  $\psi_0 = 0.40$ ,  $\psi_1 = 0.40$  e  $\psi_2 = 0$ .

### **Variação uniforme da temperatura**

Também no Eurocódigo 1, mais concretamente na Parte 1.5, são definidas as acções térmicas que devem ser aplicadas.

Na secção relativa a pontes, são enunciados dois tipos de variação térmica: uma variação uniforme em toda a estrutura e uma variação diferencial entre a superfície superior e inferior do tabuleiro.

Para a correcta definição da variação uniforme da temperatura a aplicar, deverão ser conhecidas as meteorológicas locais, nomeadamente o histórico da variação de temperaturas num período considerável de tempo.

Como a situação analisada é hipotética, vai ser considerado um intervalo de temperaturas típico de uma região de clima ameno na Europa, com uma temperatura do ar mínima de -10°C e máxima de 40°C.

A partir das temperaturas mínima e máxima do ar ( $T_{min}$  e  $T_{max}$ ) é possível calcular expeditamente as temperaturas efectivas que actuam na estrutura ( $T_{e.min}$  e  $T_{e.max}$ ) através o gráfico da Figura 5.8 que consta no EC 1 Parte 1.5. Sendo o tabuleiro uma estrutura mista, corresponde ao Tipo 2 estipulado pelo código e conduz a temperaturas efectivas mínima e máxima de  $T_{e.min} = -5^\circ\text{C}$  e  $T_{e.max} = 45^\circ\text{C}$ .

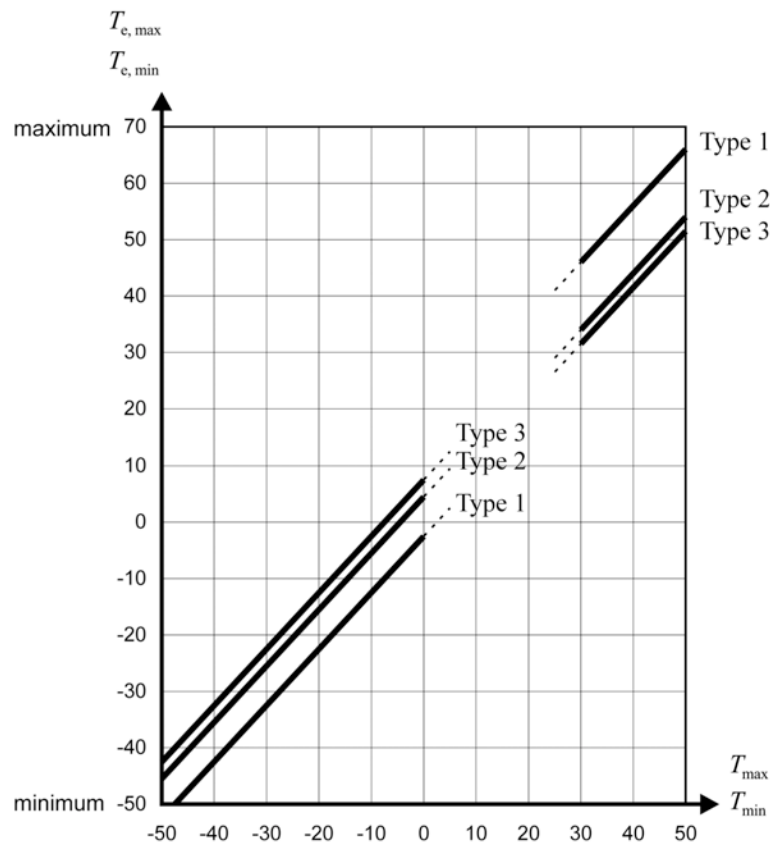


Fig. 5.8 – Correlação entre mínimo e máximo da temperatura do ar ( $T_{min}$  e  $T_{max}$ ) e as temperaturas mínimas e máximas uniformes na ponte ( $T_{e,min}$  e  $T_{e,max}$ ) (CEN (2003a))

Partindo do princípio que a estrutura é dimensionada para a construção a uma temperatura ambiente de 20°C, as variações uniformes a aplicar no modelo serão as temperaturas  $T_{e,min}$  e  $T_{e,max}$  subtraídas da temperatura ambiente. Sendo assim, as solicitações máximas de contracção e extensão ( $\Delta T_{N,cont}$  e  $\Delta T_{N,ext}$ ) segundo o EC 1 são de -25°C e 25°C respectivamente.

De acordo com o Anexo A1 do EC 0, os valores de  $\psi$  recomendados para a acção térmica são:  $\psi_0 = 0.6$ , que pode, para situações de estado limite último, ser considerado nulo;  $\psi_1 = 0.6$  e  $\psi_2 = 0.5$ .

## Síntese das Solicitações

No quadro 5.4 faz-se um apanhado de todas as solicitações a que a estrutura vai estar sujeita.

Quadro 5.4 – Compêndio de solicitações

Tipo	Solicitação	Unidades	Grandeza	$\psi_0$	$\psi_1$	$\psi_2$
Permanentes	P.P Laje betão	kN/m <sup>2</sup>	6.25	-	-	-
	P.P. Viga Longitudinal	kN/m	0.31	-	-	-
	P.P. Viga Transversal	kN/m	0.60	-	-	-
	P.P. Cabo Principal	kN/m	1.52	-	-	-
	P.P Pendurais	kN/m	0.03	-	-	-
	Temperatura nos Cabos	°C	-185	-	-	-
Sobrecargas	$q_{fk}$ (distribuída tabuleiro)	kN/m <sup>2</sup>	5.00	0.4	0.4	0
	$Q_{fpk}$ (distribuída parapeito)	kN/m	1.00	0.4	0.4	0
	$Q_{flk}$ (distribuída horizontal)	kN/m	3.00	0.4	0.4	0
Temperatura	$\Delta T_{N.cont}$ (Temperatura contração)	°C	-25	0.6 <sup>7</sup>	0.6	0.5
	$\Delta T_{N.ext}$ (Temperatura extensão)	°C	25	0.6 <sup>7</sup>	0.6	0.5

### 5.4.2. COMBINAÇÕES DE ACÇÕES

As combinações de acções consideradas na análise estática foram definidas com base no EC 0 para as combinações de serviço (SLS<sup>8</sup>) e no seu Anexo A1 para as combinações de estado limite último (ULS).

A primeira combinação a ter em conta inclui apenas as acções permanentes da estrutura (pesos próprios e variação uniforme de temperatura nos cabos). Esta combinação representa o estado permanente da estrutura enquanto esta não está sujeita a qualquer solicitação exterior.

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + P \quad (5.7)$$

As combinações dos estados limite de serviço (SLS) representam a estrutura durante o seu funcionamento corrente, através das quais são estimados os valores máximos de tensões e deslocamentos sofridos por esta ao longo da sua vida útil. Para o SLS foram consideradas as seguintes combinações:

- Característica – na qual a acção base assume o seu valor característico e as restantes acções não permanentes são minoradas de  $\psi_0$ . Esta combinação é utilizada para estados limite irreversíveis;

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + P + Q_{k,1} + \sum_{i \geq 1} \psi_{0,i} Q_{k,i} \quad (5.8)$$

<sup>7</sup> Segundo o Eurocódigo 0 anexo A1 o valor de  $\psi_0$  para acções térmicas pode ser reduzido para 0 para os estados limites últimos, EQU e STR.

<sup>8</sup> SLS – Serviceability Limit States (Estados Limite de Serviço)

- Frequente – combinação utilizada para estados limites reversíveis em que todas as acções não permanentes são minoradas, a acção base por  $\psi_1$  e as restantes por  $\psi_2$ .

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + P + \psi_{1,i} Q_{1,i} + \sum_{i > 1} \psi_{2,i} Q_{k,i} \quad (5.9)$$

- Quase permanente – combinação relevante para efeitos a longo prazo e efeitos estéticos da estrutura, a qual inclui todas as acções não permanentes minoradas por  $\psi_2$ .

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + P + \sum_{i \geq 1} \psi_{2,i} Q_{k,i} \quad (5.10)$$

Quanto ao estado limite último (ULS), as combinações analisadas foram as estipuladas pelo Anexo A1 do EC 0. Este documento faz a divisão do ULS em duas situações distintas:

- EQU – combinações de equilíbrio estático;
- STR – combinações de projecto e dimensionamento de membros estruturais.

As combinações EQU são realizadas apenas para verificar que não existe perda de equilíbrio estático em qualquer circunstância. Estas são definidas através da seguinte equação:

$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{Gj} G_{k,j} + \gamma_P P + \gamma_{Q,1} Q_{1,i} + \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \psi_{0,i} Q_{k,i} \quad (5.11)$$

onde  $Q_{k,1}$  representa a acção não permanente base.

Nesta situação de cálculo  $\gamma_{Gj}$  toma o valor de 1.05 ou 0.95 para o caso de as cargas permanentes serem desfavoráveis ou favoráveis respectivamente;  $\gamma_Q$  vale 1.35 para acções não permanentes desfavoráveis devido ao tráfego de peões e 1.50 para outras acções variáveis, valores que se mantêm para a fase construtiva.

Estas combinações foram apenas modeladas para a confirmação do equilíbrio estático da estrutura, dado que não existe interesse destas no dimensionamento estrutural e na análise de esforços e flechas máximas nos estados limite último.

As combinações com relevância para dimensionamento dos elementos estruturais (STR) são definidas na norma europeia relativa a pontes por:

$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{Gj} G_{k,j} + \gamma_P P + \gamma_{Q,1} Q_{1,i} + \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \psi_{0,i} Q_{k,i} \quad (5.12)$$

equação semelhante à que traduz as combinações EQU. A divergência destas tem a ver com os factores parciais das acções que têm maiores valores para as combinações STR.

Os factores parciais são para esta situação: 1.35 e 1.00 para os valores superior e inferior de  $\gamma_{Gj}$  aplicável às acções permanentes; 1.35 para  $\gamma_Q$  que majora as acções variáveis desfavoráveis quando estas têm origem no tráfego pedonal ou em acções térmicas; quando estas são favoráveis o coeficiente  $\gamma_Q$  é considerado nulo.

Para o dimensionamento estrutural e para a posterior verificação dos limites de serviço foram apenas analisadas as combinações para estados limite último STR (combinações de ULS de dimensionamento); as combinações de serviço SLS e a combinação permanente.

Perante as solicitações expostas na secção 5.4.1 elaborou-se uma lista de combinações que de seguida de apresenta:

Quadro 5.5 – Lista de combinações

		Factores Parciais e valores $\psi$ a aplicar a cada acção:					
		$P$	$G$	$Q_V$	$Q_H$	$\Delta T_{N,cont}$	$\Delta T_{N,ext}$
Permanente	1) PERM	1.0	1.0	-	-	-	-
Estados Limite de Serviço (SLS)	2) CAR Q T+	1.0	1.0	1.0	1.0	-	0.6
	3) CAR Q T-	1.0	1.0	1.0	1.0	0.6	-
	4) CAR T+	1.0	1.0	0.4	0.4	-	1.0
	5) CAR T-	1.0	1.0	0.4	0.4	1.0	-
	6) FREQ Q T+	1.0	1.0	0.4	0.4	-	0.5
	7) FREQ Q T-	1.0	1.0	0.4	0.4	0.5	-
	8) FREQ T+	1.0	1.0	-	-	-	0.6
	9) FREQ T-	1.0	1.0	-	-	0.6	-
	10) QP T+	1.0	1.0	-	-	-	0.5
	11) QP T-	1.0	1.0	-	-	0.5	-
Estados Limite Último (ULS)	12) STR Q	1.0	1.35	1.35	1.35	-	-
	13) STR $Q_V$	1.0	1.35	1.35	-	-	-
	14) STR T+	1.0	1.35	-	-	-	1.5
	15) STR T-	1.0	1.35	-	-	1.5	-
	16) STR T+ Q	1.0	1.35	1.35x0.4	1.35x0.4	-	1.5
	17) STR T- Q	1.0	1.35	1.35x0.4	1.35x0.4	1.5	-
	18) STR Q PARES <sup>9</sup>	1.0	1.35	1.35	1.35	-	-
	19) STR Q IMPARES <sup>10</sup>	1.0	1.35	1.35	1.35	-	-
	20) STR Q MEIO <sup>11</sup>	1.0	1.35	1.35	1.35	-	-

$P$  – Pré-esforço nos cabos principais

$G$  – Pesos próprios

$Q_V$  – Sobrecargas de utilização verticais

$Q_H$  – Sobrecargas de utilização horizontais

$\Delta T_{N,cont}$  – Variação térmica de contracção

$\Delta T_{N,ext}$  – Variação térmica de extensão

<sup>9</sup> Sobrecarga de utilização aplicada apenas nos vãos pares

<sup>10</sup> Sobrecarga de utilização aplicada apenas nos vãos ímpares

<sup>11</sup> Sobrecarga de utilização aplicada em apenas metade do vão total



Serve a combinação 13) STR  $Q_v$ , que compreende apenas a contribuição da componente vertical da sobrecarga de utilização, para comparar resultados com a combinação 12), a qual considera ambas as componentes desta acção.

#### 5.4.3. RESULTADOS DA ANÁLISE ESTATICA

Durante a exposição dos resultados de todas as combinações já enunciadas, serão apenas referidas aquelas cujo comportamento seja relevante, tanto para ULS como SLS, quer em termos de esforços instalados quer de deslocamentos.

##### Combinação 1) Permanente

A situação de carregamento permanente é aquela à qual a estrutura vai estar sujeita na maioria da sua vida útil. A análise desta é de extrema importância visto os esforços nesta desenvolvidos e a geometria exibida serem quase uma constante ao longo do tempo.

Como já enunciado na exposição do método de cálculo, a geometria resultante desta combinação deve ser a definida inicialmente, ou seja, o tabuleiro plano com os extremos dos pendurais à mesma cota e os cabos com a geometria previamente calculada. A geometria deformada nesta combinação é a ilustrada nas Figuras 5.9 e 5.10.

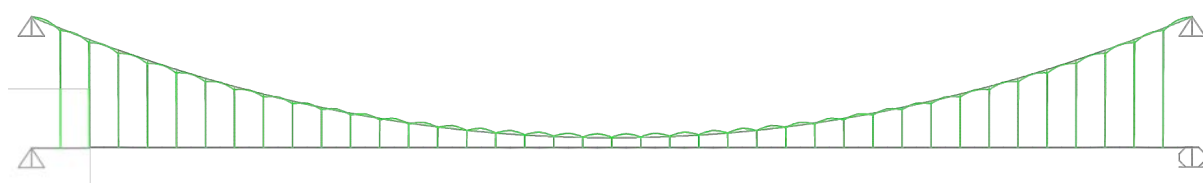


Fig. 5.9 – Deslocamentos com uma escala aumentada 50 vezes na combinação permanente – Alçado

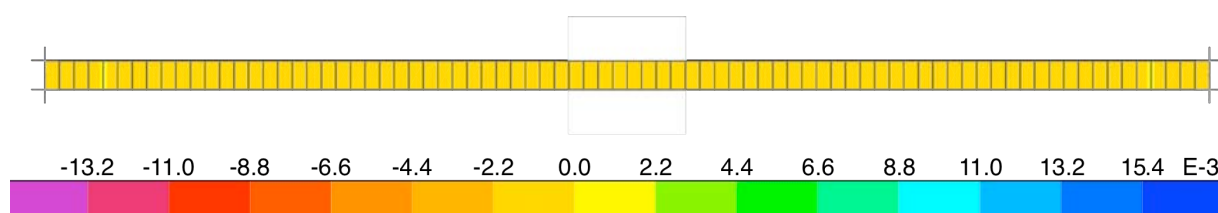


Fig. 5.10 – Deslocamentos verticais do tabuleiro na combinação permanente - Planta

Nesta combinação, os deslocamentos no tabuleiro são próximos de 0, sendo que os maiores são da ordem dos milímetros; já no cabo existem deslocamentos perto do centímetro.

O esforço axial máximo instalado nos cabos é de 6608.86kN e nos pendurais de 123.47kN, valores que ficam muito aquém dos estimados para ULS. A Figura 5.11 representa o diagrama de esforços axiais nesta combinação.

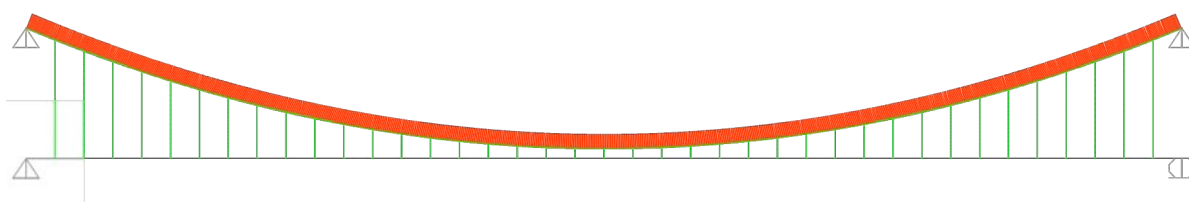


Fig. 5.11 – Diagrama de esforços axiais na combinação permanente - Alçado

**Combinação 2) SLS Característica com a sobrecarga de utilização como acção base e a variação uniforme positiva da temperatura como acção secundária**

É das combinações de serviço aquela que apresenta o máximo dos esforços axiais instalados nos pendurais, com um valor de 221.87kN. Este valor é acompanhado de perto pela combinação 3) com um esforço axial máximo nestes elementos estruturais de 221.78kN.

O esforço axial nos cabos é de 11345.36kN, valor próximo do máximo atingido em condições de serviço.

Salienta-se também o deslocamento máximo vertical do tabuleiro com 681.6mm.

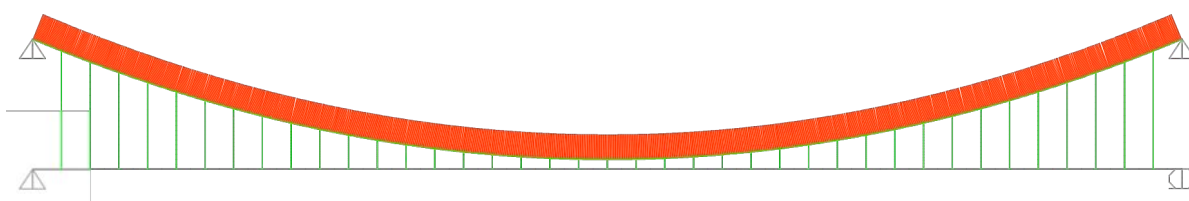


Fig. 5.12 – Diagrama de esforços axiais na 2) - Alçado

**Combinação 3) SLS Característica com a sobrecarga de utilização como acção base e a variação uniforme negativa da temperatura como acção secundária**

A par com a combinação 2) apresenta o maior esforço axial nos pendurais (221.78kN), esta é também dotada do máximo esforço axial nos cabos em condições de serviço, com um valor de 11437.26kN.

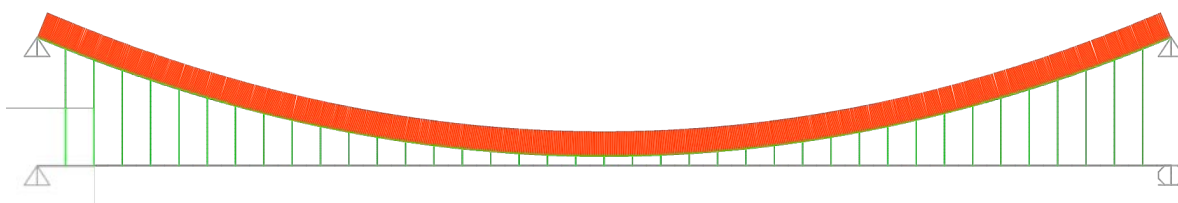


Fig. 5.13 – Diagrama de esforços axiais na 3) - Alçado

Esta combinação está ainda presente o maior deslocamento vertical a meio vão do tabuleiro em condições de serviço (682.5mm).

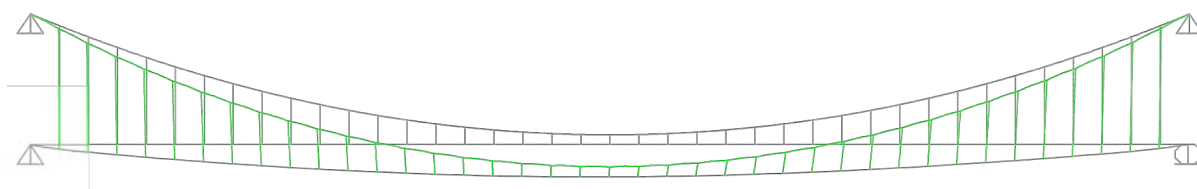


Fig. 5.14 – Deslocamentos com uma escala aumentada 10 vezes na combinação 3) – Alçado

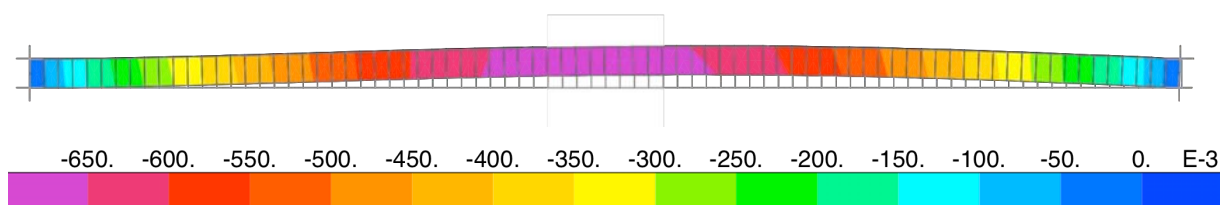


Fig. 5.15 – Deslocamentos verticais do tabuleiro na combinação 3) - Planta

Nesta combinação existe também uma componente lateral do deslocamento no tabuleiro, como ilustrado na Figura 5.15. Esta componente não é perfeitamente simétrica a meio vão devido às condições de apoio do tabuleiro, em que existem apoios em 3 direcções numa das extremidades e apenas em 2 direcções na extremidade oposta.

Pelo que foi exposto na análise das combinações 2) e 3) pode concluir-se que estas são bastante semelhantes, tanto em termos de esforços nos cabos e pendurais como de deslocamentos do tabuleiro.

### Combinações 10) e 11) SLS Quase Permanente com a variação da temperatura uniforme positiva e negativa, respectivamente, como acções base

Estas combinações foram analisadas com o intuito de conhecer o comportamento da estrutura a longo prazo, assim como analisar o factor estético.

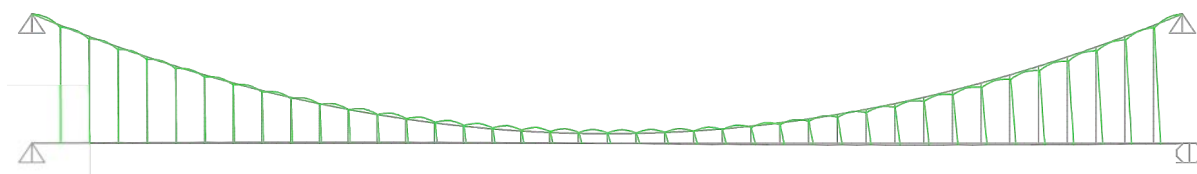


Fig. 5.16 – Deslocamentos com uma escala aumentada 50 vezes na combinação 10) – Alçado

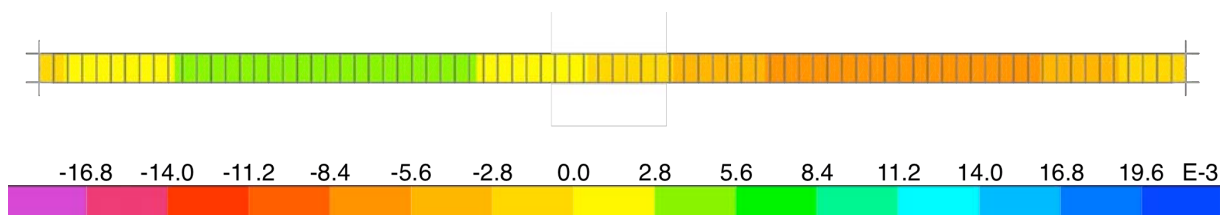


Fig. 5.17 – Deslocamentos verticais do tabuleiro na combinação 10) - Planta

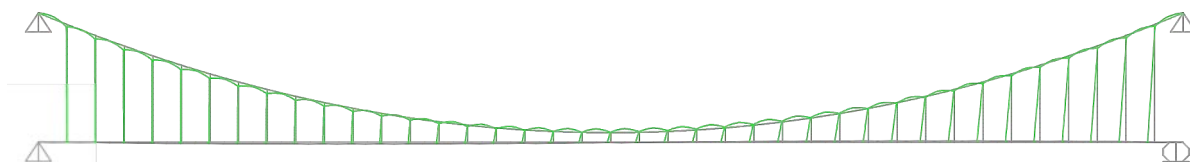


Fig. 5.18 – Deslocamentos com uma escala aumentada 50 vezes na combinação 11) – Alçado

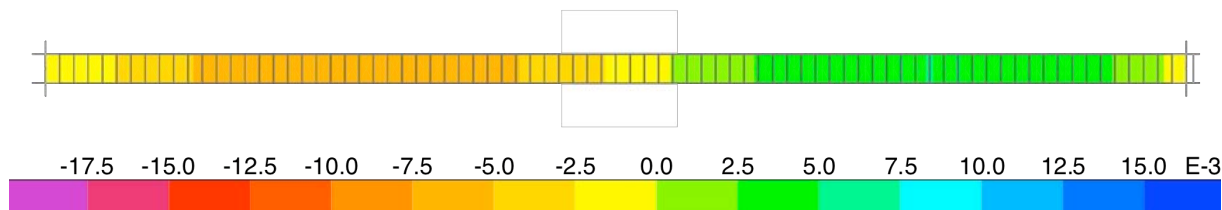


Fig. 5.19 – Deslocamentos verticais do tabuleiro na combinação 11) - Planta

É conclusivo, das Figuras 5.16 a 5.19, que os deslocamentos verticais em ambas as combinações são extremamente pequenos, com máximos na ordem dos 8mm, tanto no sentido ascendente como descendente, para a variação negativa ou positiva da temperatura.

O tabuleiro sofre um deslocamento no plano horizontal na direcção longitudinal devido à variação térmica de 29.8mm de alongamento para a combinação com variação positiva de temperaturas e de 29.8mm de encurtamento para a combinação em que a variação da temperatura é negativa. Estas deformações do tabuleiro estão compreendidas num intervalo perfeitamente admissível.

### Combinações 12) ULS – STR considerando a sobrecarga de utilização e 13) que tem em conta apenas a componente vertical desta sobrecarga

A combinação 12) é talvez a mais relevante para o ULS, uma vez que é para esta que ocorrem os esforços axiais máximos, tanto nos cabos como nos pendurais e ainda para a qual se verifica o maior deslocamento vertical do tabuleiro a meio vão.

O esforço axial máximo presente nos cabos é de 15074.51kN, valor próximo do resultante na combinação 13) (15029.10kN).

Nos pendurais o maior valor de esforço axial é na combinação 12) de 300.17kN, mais uma vez, valor próximo do análogo para a combinação 13) de 297.80kN.

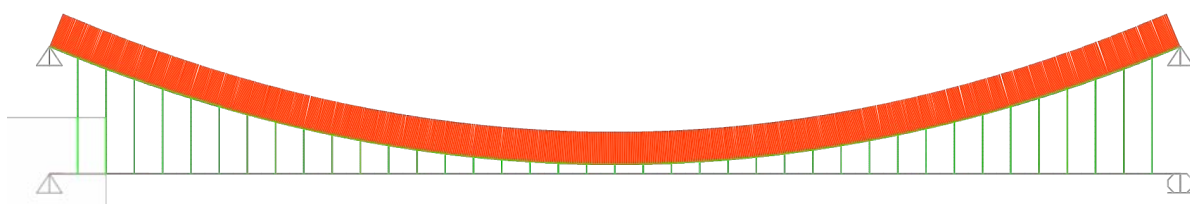


Fig. 5.20 – Diagrama de esforços axiais na 12) - Alçado

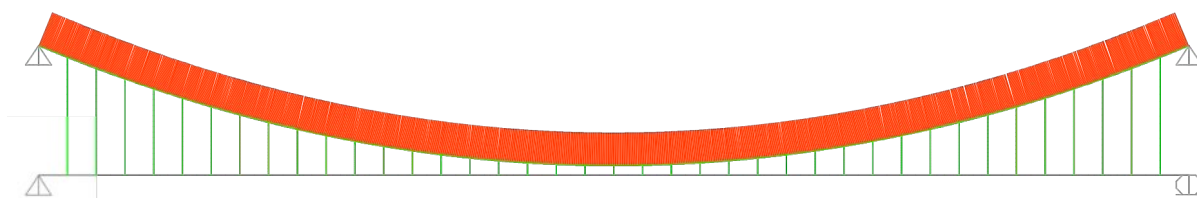


Fig. 5.21 – Diagrama de esforços axiais na 13) - Alçado

Quanto aos deslocamentos verticais, a combinação 12) apresenta um valor considerável de 1.20m no sentido descendente, valor que é para a combinação 13) de 1.19m no mesmo sentido.

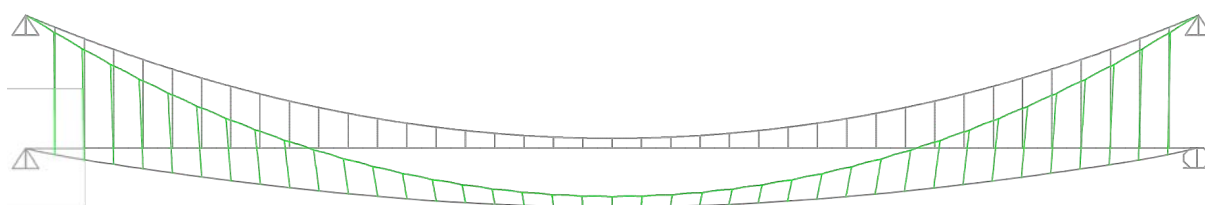


Fig. 5.22 – Deslocamentos com uma escala aumentada 10 vezes na combinação 12) – Alçado

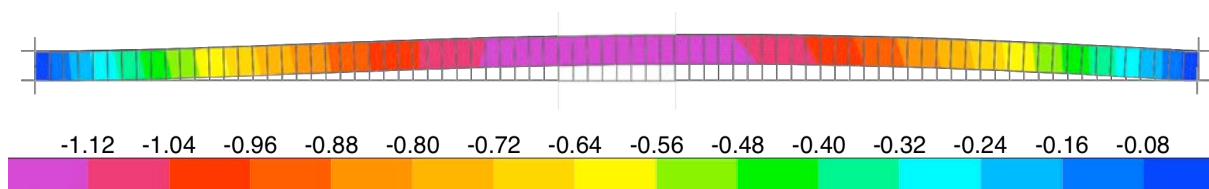


Fig. 5.23 – Deslocamentos verticais do tabuleiro na combinação 12) - Planta

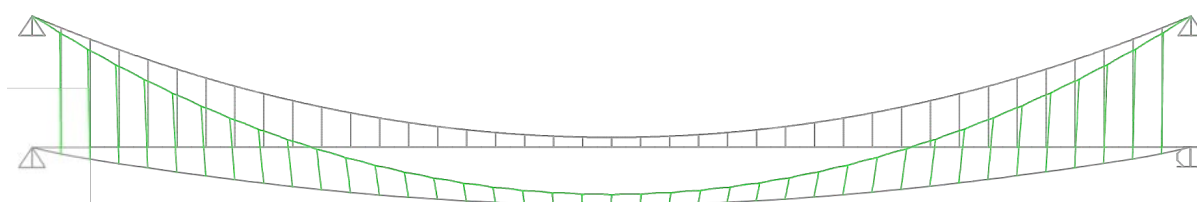


Fig. 5.24 – Deslocamentos com uma escala aumentada 10 vezes na combinação 13) – Alçado

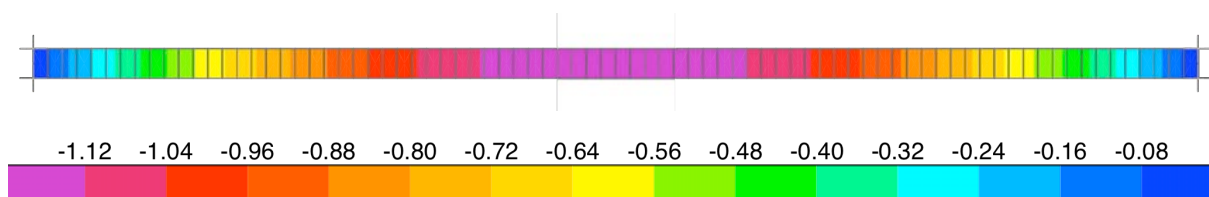


Fig. 5.25 – Deslocamentos verticais do tabuleiro na combinação 13) - Planta

Pode assim concluir-se que as situações de carga 12) e 13) são bastante semelhantes, tanto em termos de esforços nos cabos e pendurais como de deslocamentos verticais.

O cenário muda quando se analisam os deslocamentos laterais no plano horizontal. Devido à componente horizontal lateral da sobrecarga de utilização, a combinação 12) tem deslocamentos horizontais na ordem dos 350mm, valor próximo do máximo atingido em ULS pela combinação 20) (384mm).

Na combinação 12) também se verifica o valor máximo de momentos flectores positivos nas vigas transversais.

### Combinações de dimensionamento do tabuleiro ULS - STR

O tabuleiro é, como já foi referido, constituído por vigas longitudinais e transversais. Para o seu dimensionamento interessa encontrar as combinações nas quais maiores esforços se atinjam.

Para as vigas longitudinais os momentos flectores no plano vertical máximos e mínimos são de 9.37kN.m e -6.33kN.m, provenientes das combinações 20) e 15) respectivamente. Quanto ao esforço axial, o máximo e mínimo acontecem para a combinação 20) e têm valores de 397.28kN e -216.77kN. Existem também momentos flectores no plano horizontal mas, com grandezas suficientemente pequenas para serem desprezadas.

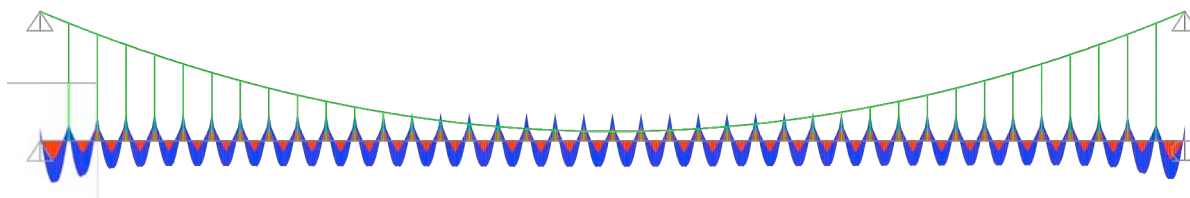


Fig. 5.26 – Envoltória de momentos flectores para as combinações ULS na viga longitudinal – Alçado

No caso das vigas transversais o momento flector máximo no plano vertical ocorre para a combinação 12) com 82.03kN.m; e o mínimo para as combinações 18) e 19) com 129.27kN.m nas vigas de vão, ou seja, nas que apoiam nas vigas longitudinais em vez de directamente nos pendurais. Relativamente aos esforços axiais, o máximo e o mínimo para estes elementos acontece para as combinações 17) e 16) com valores de 743.92kN e -739.38kN respectivamente. Desde logo se percebe que as vigas transversais são mais solicitadas que as que se orientam longitudinalmente.

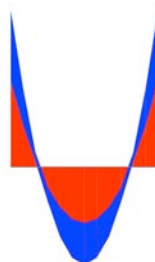


Fig. 5.27 – Envoltória de momentos flectores para as combinações ULS numa viga transversal – Corte

#### 5.4.4. SÍNTESE DA ANÁLISE ESTATICA

Após a análise das combinações de acções enunciadas no Quadro 5.5 e da apreciação dos resultados mais significativos expostos na secção anterior, é oportuno o resumo do comportamento da estrutura para as várias combinações estáticas.

O Quadro 5.6 sintetiza os diferentes valores do esforço axial nos cabos e pendurais bem como os deslocamentos verticais  $\delta_z$  e horizontais (longitudinais  $\delta_x$  e laterais  $\delta_y$ ) máximos.

Quadro 5.6 – Síntese da análise estática

		$N_{sd}$ cabos (kN)		Deslocamentos $\delta$ (m)		
		Cabos	Pendurais	$\delta_z$	$\delta_x$	$\delta_y$
Permanente	1) PERM	6608.86	123.47	-0.0018	0	0
Estados Limite de Serviço (SLS)	2) CAR Q T+	11345.06	<b>221.87</b>	-0.6816	0.0182	<b>0.2716</b>
	3) CAR Q T-	<b>11350.1</b>	221.78	<b>-0.6825</b>	<b>-0.0547</b>	<b>0.2716</b>
	4) CAR T+	6615.14	123.53	-0.0088	0.0358	0
	5) CAR T-	6616.04	123.50	-0.0082	-0.0358	0
	6) FREQ Q T+	8526.51	160.75	-0.2792	0.0232	0.1149
	7) FREQ Q T-	8527.11	160.72	-0.2801	-0.036	0.1153
	8) FREQ T+	6615.14	123.50	-0.0088	0.0358	0
	9) FREQ T-	6616.04	123.53	-0.0083	-0.0358	0
	10) QP T+	6614.11	123.50	-0.0076	0.0298	0
	11) QP T-	6614.84	123.58	-0.0071	-0.0298	0
Estados Limite Último (ULS)	12) STR Q	<b>15053.84</b>	<b>300.17</b>	<b>-1.1996</b>	-0.0331	0.3416
	13) STR Q <sub>v</sub>	15029.1	297.80	-1.1907	-0.0153	0
	14) STR T+	8846.51	167.12	-0.3198	0.0884	0
	15) STR T-	8849.60	167.25	-0.3227	-0.0905	0
	16) STR T+ Q	11381.3	217.41	-0.6802	0.0771	0.1461
	17) STR T- Q	11385.88	217.30	-0.6829	<b>-0.1015</b>	0.1472
	18) STR Q PARES	12192.52	236.0	-0.7997	-0.0256	0.3608
	19) STR Q IMPARES	12192.56	235.99	-0.8001	-0.0256	0.3607
	20) STR Q MEIO	9066.23	174.01	-0.4168	-0.0223	<b>0.3848</b>

Os valores destacados a negrito representam os máximos dos diferentes estados (SLS ou ULS) para cada uma das categorias expostas.

Repare-se que, para estados limite de serviço as combinações 2) e 3) apresentam no seu conjunto os valores máximos para todas as categorias analisadas; o mesmo acontece para estados limite último, onde a combinação 12) é de longe a mais dominante, apresentando os máximos esforços axiais e o máximo deslocamento vertical, sendo que, apenas os deslocamentos horizontais máximos acontecem para as combinações 17) e 20).

## 5.5. ANÁLISE DINÂMICA

### 5.5.1. EXPOSIÇÃO DE CONCEITOS

Cada vez mais, nos dias de hoje, existe uma preocupação crescente com a análise dinâmica estrutural ao nível de projecto. A inovação ao nível de materiais mais leves e resistentes e de soluções estruturais mais ligeiras, com maiores relações entre as sobrecargas de utilização e as acções permanentes, tem-se verificado nas últimas décadas, particularmente na área das pontes atirantadas e suspensas. (Cunha *et al* (2008))

Esta evolução deu origem a um período em que várias pontes pedonais exibiriam comportamentos inadequados face a solicitações dinâmicas tanto devidas a vibrações induzidas por pessoas, andando ou correndo sobre elas, como devidas à acção do vento.

A análise modal da estrutura foi elaborada com base num modelo tridimensional semelhante ao utilizado na análise estática mas com os movimentos de translação restringidos em todas as direcções, nas extremidades do tabuleiro. Esta restrição simula a actuação de amortecedores que possam vir a ser instalados, que limitam as oscilações imediatas da estrutura.

Também a análise modal verifica um acréscimo de complexidade devido às características não lineares do sistema estrutural. Neste tipo de análise as frequências naturais da estrutura são calculadas tendo como base, não só a matriz rigidez linear, mas também a componente geométrica desta.

Segundo Strasky J. (2005) podem ser definidos 5 modos que caracterizam as vibrações de uma ponte suspensa (Figura 5.28):

- Modo L – Vibração horizontal, proporcionada pela liberdade dos suportes do tabuleiro;
- Modo  $V_1$  – Vibração vertical no primeiro modo vertical;
- Modo  $V_2$  – Vibração vertical no segundo modo vertical;
- Modo S – Vibração por torção (“*swing vibration*”) que consiste na combinação da vibração transversa combinada com torção;
- Modo T – Vibração torsional.

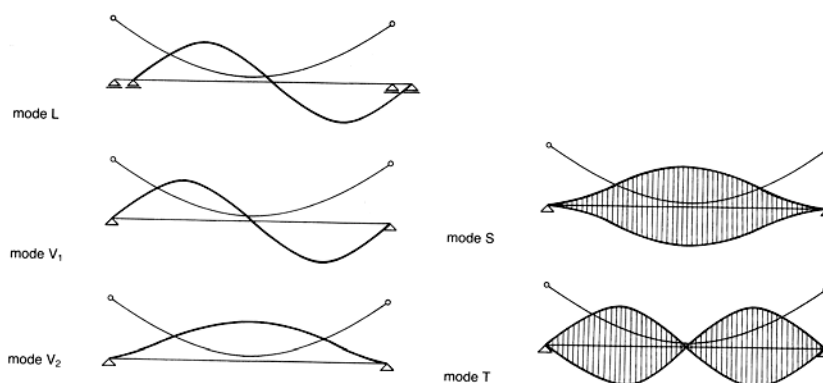


Fig. 5.28 – Modos naturais (Strasky J. (2005))

Os efeitos mais relevantes na análise dinâmica de uma estrutura suspensa são as vibrações verticais, horizontais e o efeito “*Lock-in*” induzidas pelo tráfego de peões e as vibrações induzidas pelo vento.



#### 5.5.1.1. Vibrações induzidas por tráfego pedonal

##### Vibrações Verticais

As frequências típicas da circulação pedonal ocupam um intervalo alargado, dependendo da rapidez dos movimentos. Estas frequências são, segundo Strasky, J usualmente entre  $1.4\text{Hz}$  e  $2.4\text{Hz}$  para o típico movimento de andar; entre  $1.9\text{Hz}$  e  $3.3\text{Hz}$  para o movimento de corrida; e o mais alargado intervalo entre  $1.4\text{Hz}$  e  $3.40\text{Hz}$  para o movimento de salto. Para a análise modal, podem ser consideradas as frequências médias de cada um destes movimentos, que são, nestas circunstâncias, de aproximadamente  $f_s = 2\text{Hz}$  para andar e  $f_r = 2.5\text{Hz}$  para correr e saltar. (Strasky (2005))

Os intervalos críticos recomendados para as frequências de vibração vertical por Cunha *et al* (2008) são ligeiramente mais alargados, entre  $1.25\text{Hz}$  e  $2.3\text{Hz}$  para o primeiro harmónico e de  $2.5\text{Hz}$  a  $4.6\text{Hz}$  para o segundo harmónico.

Alguns autores recomendam que não se projectem pontes pedonais suspensas com frequências inferiores a  $3\text{Hz}$ . Esta condição é muito dificilmente respeitada, e como tal, a maioria apresenta frequências muito inferiores a estas sem demonstrar qualquer ineficiência dinâmica.

Para a análise do comportamento dinâmico a verificação das acelerações, causas da força de vibração, tem um papel tão fundamental quanto a análise de modos naturais e frequências de vibração da estrutura.

Para a determinação da aceleração máxima vertical recorreu-se inicialmente ao cálculo expedito limitado pelas normas Canadiana (ONT83) e Britânica (BS5400) e numa análise mais aprofundada foram seguidas as recomendações técnicas presentes em Cunha *et al* (2008).

##### Vibrações Laterais

À medida que se caminha sobre o tabuleiro cada passada provoca a acção de uma força com componente vertical, longitudinal e lateral. Enquanto que a componente vertical apenas proporciona uma força com sentido descendente, a componente lateral confere uma força que alterna de sentido a cada passo.

De acordo com esta teoria, Strasky J. (2005) diz que uma estrutura entra em ressonância quando as frequências naturais verticais são da mesma grandeza que a frequência do caminhar (próximas de  $2\text{Hz}$ ); e que o mesmo acontece quando as frequências naturais laterais surgem como o metade desse valor, ou seja,  $1\text{Hz}$ . Em Cunha *et al* (2008) recomenda-se a adopção do intervalo de frequências laterais crítico entre  $0.5\text{Hz}$  e  $1.2\text{Hz}$ .

Vários estudos confirmam que este tipo de vibração é muito menos tolerado pelos utilizadores que a simples vibração vertical. É usual, quando os deslocamentos devidos às vibrações se tornam manifestos, que os caminhantes sincronizem as suas passadas com as oscilações da estrutura. Este ajuste feito pelos peões, exerce um impulso adicional na estrutura, impondo um aumento da oscilação. Isto conduz a que as pessoas tenham que mudar o seu ritmo de caminhar ou até mesmo parar para não serem literalmente atiradas ao chão. As oscilações laterais em pontes pedonais notabilizaram-se no dia da inauguração da *Millenium Bridge* em Londres, em Junho do ano 2000, quando perante a travessia em simultâneo de cerca de 2000 pessoas (correspondendo a uma densidade de aproximadamente  $1.3$  a  $1.5$  Pessoas/ $\text{m}^2$ ) ocorreram excessivas vibrações laterais sem que o mesmo acontecesse verticalmente. Este fenómeno é designado por “Lock-in”. (Dallard, P. *et al* (2001))

### Efeito “Lock-in”

É o nome dado ao fenómeno que ocorre quando uma estrutura excede uma certa magnitude de deslocamentos, na generalidade das situações, por vibrações laterais, em que os seus utilizadores tendem a sincronizar a frequência dos seus movimentos com a das vibrações da estrutura. Quando a amplitude de movimentos do utilizador é excedida, este tende a incutir um impulso em cada vibração da ponte. Conforme a amplitude da vibração aumenta, mais pessoas sincronizam os seus movimentos com os da estrutura.

*Bachmann*, pelos estudos que fez sobre a sincronização dos movimentos do utilizador com as vibrações da estrutura, é considerado como uma referência. Segundo este, devem ser aplicadas limitações tanto de deslocamentos como de acelerações. Quanto aos deslocamentos, este propõe um deslocamento máximo vertical admissível de 10mm. Para as acelerações laterais, o máximo recomendado é de 5% a 10% da aceleração gravítica, ou seja, 0.49 a 0.98m/s<sup>2</sup>. (*Melchor Blanco, C., Bouillard (2005)*) As recomendações técnicas de *Cunha et al (2008)* definem o intervalo crítico para a ocorrência deste fenómeno entre 0.1 e 0.15 m/s<sup>2</sup>.

A anulação do amortecimento global da estrutura pode ser causada por um determinado número de pessoas que sincronizem os seus movimentos com as vibrações laterais da estrutura. Este número de pessoas ( $N_L$ ) pode ser estimado com base na seguinte equação:

$$N_L = \frac{8\pi\xi m^* f}{k} \quad (5.7)$$

na qual  $\xi$  é o factor de amortecimento estrutural,  $m^*$  é a massa modal,  $f$  a frequência natural e  $k$  uma constante que vale aproximadamente 300Ns/m.

#### 5.5.1.2. Vibrações devidas ao vento

Este tipo de estruturas deve ser também verificado quanto às possíveis vibrações causadas pelo vento. Rajadas com velocidades superiores a 20m/s tornam a travessia da ponte incómoda e por vezes problemática. As acelerações do tabuleiro devem ser verificadas para tais circunstâncias, dado que este tende a ser a fonte mais importante de instabilidades.

Para além das vibrações por este induzidas existe ainda o comportamento aerodinâmico da estrutura, que em muito depende da índole do vento a que esta é exposta. O tema da aerodinâmica de tal estrutura é muito vasto e impossível de analisar sem recurso a túneis de vento e modelos à escala.

Quanto a tal análise, as frequências mais baixas do tipo flexão vertical e transversal e ainda os primeiros modos globais torcionais são os que se revelam mais importantes.

No célebre caso de Tacoma Narrows Bridge (WA USA) uma corrente de ar induziu oscilações torsionais e flexão na estrutura que, sobre o efeito de pequenas variações do ângulo do vento, provocou efeitos ascensionais do tabuleiro. Esta situação levou à ruína da estrutura através de oscilações galopantes, sem que esgotasse a sua resistência. O fenómeno descrito dá pelo nome de “flutter” e sabe-se hoje que, para ser prevenido, a relação entre as frequências de torção e de flexão deve ser superior a 2.5. (*Strasky (2005)*)

### 5.5.1.3. Método expedito de verificação das acelerações máximas verticais

Embora existam várias recomendações para o limite de aceleração vertical admissível em pontes pedonais, apenas dois regulamentos parametrizam o seu cálculo. Estes são o BS5400, regulamento Britânico, e o “The Ontario Bridge Code (ONT 83)”, norma de origem canadiana.

Segundo o BS5400, o valor da aceleração vertical em situações de serviço não deve ultrapassar:

$$a_{\text{lim,BS5400}} = 0.5 \cdot f_1^{0.5} \text{ [m / s}^2\text{]} \quad (5.8)$$

em que  $f_1$  é o valor da frequência natural expressa em  $\text{Hz}$ . Este cálculo é apenas válido para situações em que  $f_1$  é inferior a  $5\text{Hz}$ .

Por sua vez, o regulamento canadiano ONT83, resulta em soluções relativamente mais conservativas, limitando as acelerações em serviço a:

$$a_{\text{lim,ONT83}} = 0.25 \cdot f_1^{0.78} \text{ [m / s}^2\text{]} \quad (5.9)$$

onde mais uma vez  $f_1$  é a frequência natural em  $\text{Hz}$ .

Generalizando, os autores Bachmann *et al* (1995) concluem que a adopção de um limite máximo de  $0.5\text{m/s}^2$  será apropriado para a generalidade das estruturas.

A fórmula usada na definição da aceleração de pico para a travessia de um (1) peão é definida por Bachmann *et al* (1995) como:

$$a_{\text{max}} = 4\pi \cdot f_1^2 \cdot y \cdot \alpha \cdot \Phi \text{ [m / s}^2\text{]} \quad (5.10)$$

na qual  $f_1$  traduz a frequência natural em  $\text{Hz}$ ,  $y$  a deformação estática a meio vão provocada por um carregamento de uma força pontual de  $700\text{N}$ ,  $\alpha$  o coeficiente de *Fourier* do harmónico relevante e  $\Phi$  o factor de amplificação dinâmica para um peão.

O factor de amplificação dinâmica é calculado com base no ábaco da Figura 5.29. Este é dependente do número de ciclos por vão, ou seja, o número de passos previstos entre pendurais e do coeficiente de amortecimento. O número de passos entre pendurais pode ser estimado dividindo o comprimento de cada vão pelo comprimento médio de cada passo, que se poderá fixar em  $0.7\text{m}$ . O coeficiente de amortecimento depende dos materiais que constituem a estrutura. Para uma estrutura mista, em que são usados betão e aço, o valor recomendado é de  $0.6\%$ . (Bachmann *et al* (1995))

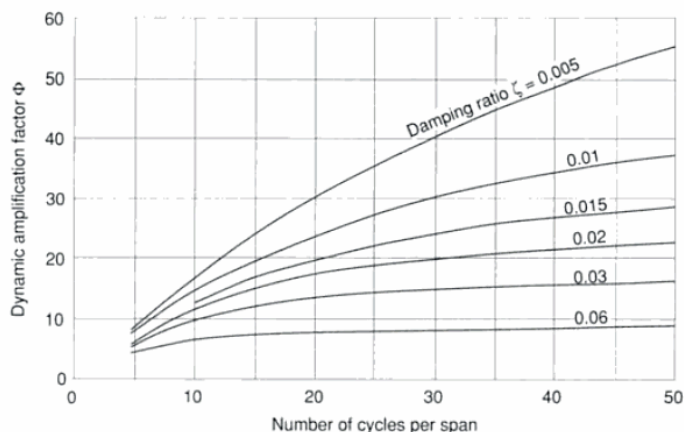


Fig. 5.29 – Factor de amplificação dinâmica para uma resposta de ressonância devido a uma força sinusoidal em movimento segundo em vão (Bachmann et al (1995))

#### 5.5.1.4. Cálculo de acelerações máximas verticais e laterais segundo a aplicação de modelos de carga harmónicos (Cunha *et al* (2008))

Os valores limite das acelerações verticais e laterais, são recomendados por Cunha *et al* (2008) para diferentes classes de conforto. Estes autores recomendam a adopção de uma exigência de conforto menor para densidades de tráfego maiores e naturalmente um limite de aceleração vertical e lateral maior.

As classes de tráfego vão desde TC1 a TC5 para densidades de peões desde muito fracas (grupo de 15), até tráfegos excepcionalmente densos ( $1.5P/m^2$ ) a partir do qual o tráfego se torna tão lento que os efeitos dinâmicos incutidos são reduzidos. As classes de conforto, limitadoras das acelerações, são definidas entre CL1 e CL5, sendo a primeira dotada de conforto máximo, com acelerações verticais  $<0.5m/s^2$  e acelerações laterais  $<0.1m/s^2$ , e a última destas dotada de conforto inaceitável, com acelerações verticais e laterais superiores a  $2.5 m/s^2$  e  $0.8 m/s^2$  respectivamente.

O método de aplicação de modelos de carga para a estimativa das acelerações máximas consiste na definição de cargas harmónicas para cada uma das frequências de vibração críticas em cada classe de tráfego relevante. A forma de definição do modelo de carga depende da classe de tráfego analisada (de TC1 a TC3 ou TC4 a TC5). Esta pretende simular o fluxo de tráfego devido à classe correspondente.

A acção harmónica devida ao conjunto total de peões é definida por:

$$p(t) = P \cdot \cos(2\pi \cdot f_s \cdot t) \cdot n' \cdot \psi \quad (5.11)$$

onde  $P$  é a componente vertical, lateral ou longitudinal da força devida a um só peão com a frequência de passada equivalente à frequência natural da estrutura em análise  $f_s$ ;  $n'$  é o número de peões equivalente para a classe de tráfego em toda a superfície  $S$ ; e  $\psi$  é o coeficiente de minoração que tem em conta a probabilidade da frequência analisada estar dentro do espectro crítico.

A força  $P$ , devida a um só peão, é definida como 280N, 140N e 35N para as componentes vertical, longitudinal e lateral. O número de peões equivalente que circulam na superfície de carregamento  $S$  é definido por:

$$\begin{aligned} \text{para TC1 a TC3} \quad n' &= \frac{10.8\sqrt{\xi \cdot n}}{S} [1/m^2] \\ \text{para TC4 e TC5} \quad n' &= \frac{8.5\sqrt{n}}{S} [1/m^2] \end{aligned} \quad (5.12)$$

em que  $\xi$  é o factor de amortecimento da estrutura e  $n$  é o total de peões que circulam para dada classe de tráfego na superfície  $S$ .

### 5.5.2. ANÁLISE DOS RESULTADOS

A análise modal da estrutura foi realizada com a ajuda do programa de análise estrutural SAP 2000 v12.0.0. que permite o cálculo de modos de vibração para estruturas tridimensionais considerando a não linearidade geométrica. Como já foi referido, o modelo utilizado baseia-se no modelo estático alterado, em que se impediram todas as translações em ambos as extremidades do tabuleiro.

De modo a fazer um estudo comparativo foram calculadas as primeiras 70 frequências naturais para as classes de tráfego TC2, de tráfego fraco ( $d=0.2P/m^2$ ) mais provável de acontecer uma vez ao dia; e para a classe TC4, de tráfego muito denso ( $d=1.0P/m^2$ ) mas com um acontecimento improvável.

Ambas as análises realizadas para o controlo das acelerações, tanto a análise expedita baseada nas normas Canadana e Britânica como a análise mais rigorosa baseada no exposto em Cunha *et al* (2008), foram executadas tendo em conta as frequências naturais da estrutura quando exposta às duas classes de tráfego indicadas. No Quadro 5.7 e 5.8 faz-se uma síntese das frequências naturais da estrutura críticas, bem como o respectivo período e modo calculadas para as respectivas classes de tráfego. No Anexo 2 podem ser encontradas as listas completas destes valores tal como as frequências e modos de vibração da estrutura para a sua combinação permanente de acções.

Quadro 5.7 – Síntese das frequências obtidas na análise modal para a classe de tráfego CT2

Modo	Período	Frequência	Tipo de Modo
24	0.941	1.062	Modo L
31	0.799	1.252	Modo V2
32	0.715	1.399	Modo V1
38	0.643	1.555	Modo V2
40	0.582	1.719	Modo V1
46	0.528	1.894	Modo V2
50	0.482	2.077	Modo V1
55	0.441	2.269	Modo V2

Quadro 5.8 – Síntese das frequências obtidas na análise modal para a classe de tráfego CT4

Modo	Período	Frequência	Tipo de Modo
24	0.940	1.064	Modo L
31	0.791	1.264	Modo V2
32	0.708	1.412	Modo V1
38	0.638	1.569	Modo V2
40	0.577	1.734	Modo V1
44	0.524	1.908	Modo V2
49	0.478	2.091	Modo V1
55	0.438	2.284	Modo V2

Pode verificar-se que para ambas as classes de carga se obtiveram frequências semelhantes e derivadas das obtidas para a combinação de acções permanente, sendo que as referentes à classe CT4 tomam valores ligeiramente superiores. Seria de esperar que estas fossem as menores, dado que a solicitação é maior e logo também a massa modal. Tal não acontece porque a massa modal relativa ao peões não foi considerada visto esta ser apenas relevante para valores superiores a 5% da massa modal do tabuleiro (Cunha *et al* (2008)) e dado que numa estrutura de cabos com comportamento não linear geométrico a rigidez da estrutura aumenta com o incremento da solicitação.

Em ambas as classes existe apenas uma vibração lateral no espectro crítico, com frequências de 1.0624Hz e 1.0639Hz. Já para as vibrações verticais foram encontradas sete dentro do intervalo crítico para cada uma das classes analisadas.

A Figura 5.30 representa as várias deformadas para os modos de vibração críticos encontrados para ambas as classes de tráfego.

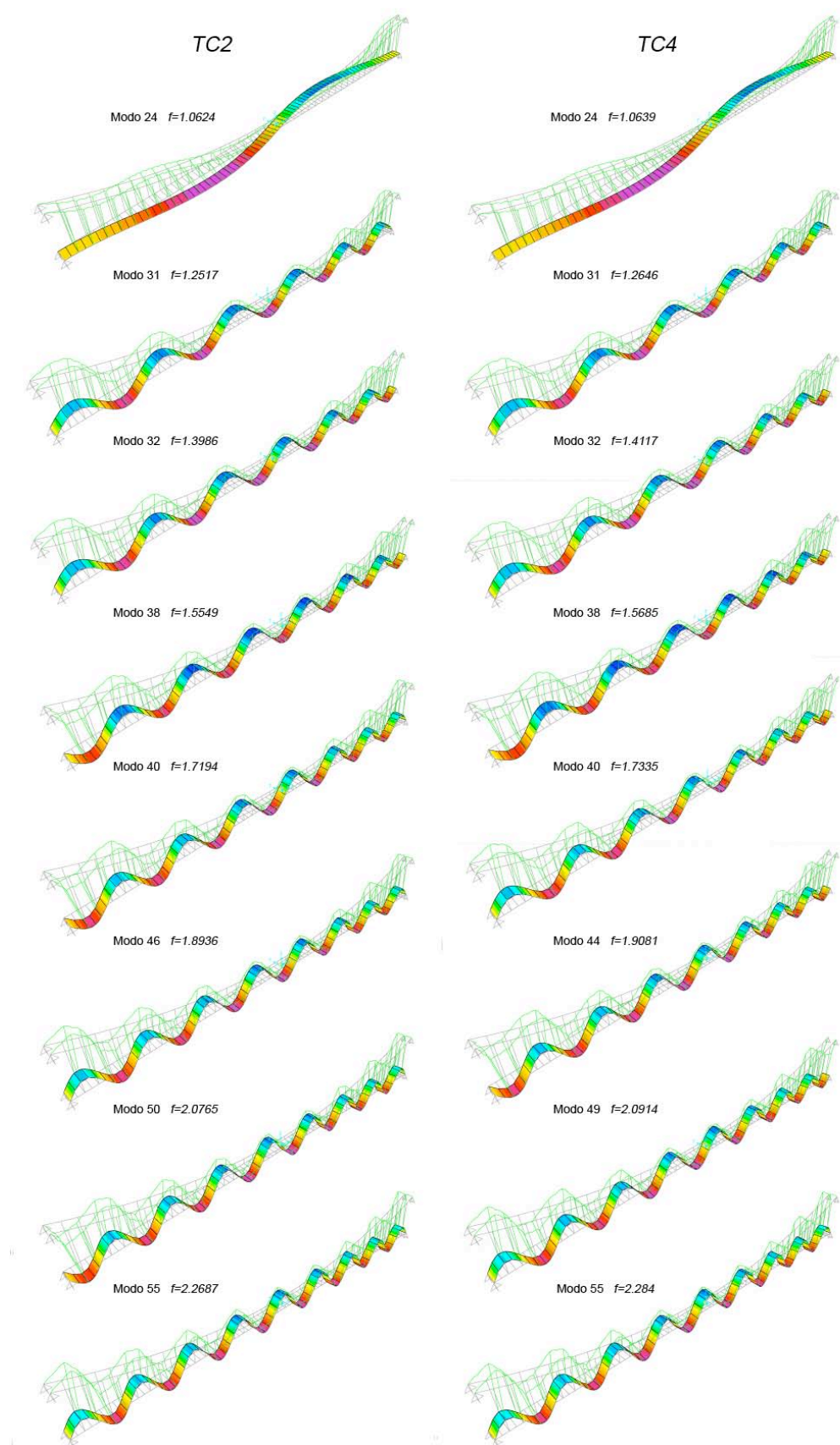


Fig. 5.30 – Deformadas dos modos críticos de vibração para as classes de tráfego TC2 e TC4

## 5.5.2.1. Cálculo expedito de acelerações máximas com base nas normas OTN83 e BS54000

Tendo em conta a teoria exposta por Bachmann *et al* (1995) podem ser estimadas as acelerações máximas para cada uma das classes de tráfego definidas para os seus modos de vibração vertical. Os valores máximos destas grandezas devem posteriormente ser comparados com os limites estipulados nas normas existentes, neste caso a norma britânica BS5400 e a norma canadiana ONT83, às quais já foi feita referência em secções anteriores.

No cálculo das acelerações máximas pela equação (5.10) foram necessários alguns cálculos adicionais. Para estimar o valor de  $y$ , a deformação elástica a meio vão para uma força pontual de 700N, foi realizada uma análise não linear estática da estrutura na combinação permanente, à qual foi adicionada uma carga pontual de 700N a meio vão do tabuleiro; esta análise resultou num deslocamento adicional nesse ponto de aproximadamente 0.9mm. Relacionando o deslocamento obtido com a acção aplicada acha-se a rigidez correspondente de 0.78kN/mm, valor muito abaixo do valor mínimo de 8kN/mm a partir do qual se pode considerar que não existe risco dinâmico. De acordo com o apêndice G da obra de Bachmann *et al* (1995) o coeficiente de Fourier  $\alpha$  pode ser considerado 0.4 para o primeiro e 0.1 para o segundo harmónico vertical. O factor de amplificação dinâmica  $\Phi$  é estimado através do ábaco da Figura 5.29. Para tal, foi considerado o coeficiente de amortecimento  $\zeta$  com um valor de 0.6% e o número de ciclos por vão de 8.5. De acordo com estas suposições estimou-se este factor em 15.

Os Quadros 5.8 e 5.9 sintetizam os cálculos executados e verificação das acelerações verticais máximas para ambas as classes de tráfego.

Quadro 5.8 – Verificação das acelerações verticais máximas através de métodos expeditos para a CT2

Modo	31	32	38	40	46	50	55
Frequência (Hz)	1.252	1.399	1.555	1.719	1.894	2.077	2.269
$\alpha$	0.1	0.4	0.1	0.4	0.1	0.4	0.1
$a_{max}$ (m/s <sup>2</sup> )	0.026579	0.132736	0.041016	0.200612	0.06083	0.292595	0.087317
$a_{lim,BS5400}$ (m/s <sup>2</sup> )	0.559397	0.591312	0.623478	0.655629	0.688041	0.720503	0.75311
$a_{lim,ONT83}$ (m/s <sup>2</sup> )	0.297845	0.324774	0.352751	0.381535	0.411363	0.442037	0.473638

Quadro 5.9 – Verificação das acelerações verticais máximas através de métodos expeditos para a CT4

Modo	31	32	38	40	44	49	55
Frequência (Hz)	1.264	1.412	1.569	1.734	1.908	2.091	2.284
$\alpha$	0.1	0.4	0.1	0.4	0.1	0.4	0.1
$a_{max}$ (m/s <sup>2</sup> )	0.027113	0.135235	0.041736	0.203916	0.061765	0.296809	0.088498
$a_{lim,BS5400}$ (m/s <sup>2</sup> )	0.562183	0.594075	0.626199	0.658312	0.69067	0.723084	0.755645
$a_{lim,ONT83}$ (m/s <sup>2</sup> )	0.300162	0.327144	0.355155	0.383973	0.413818	0.444509	0.476127



Da análise dos resultados obtidos pode comprovar-se de forma expedita que todas as acelerações verticais se encontram dentro dos limites estipulados por ambas as normas. Salientam-se os modos de vibração 40 e 50 para a classe de tráfego CT2 e os modos 40 e 49 para a classe CT4 como aqueles que se encontram mais próximos dos limites, especialmente pelo definido na norma Canadiana.

Apesar deste cálculo ser demasiado simplista e ligeiro permite obter, com alguma facilidade, valores aproximados das acelerações máximas verticais.

#### 5.5.2.2. Cálculo de acelerações máximas verticais e laterais segundo a aplicação de modelos de carga harmónicos

Segundo a teoria exposta em pontos anteriores (Cunha *et al* (2008)) é possível a aplicação de um modelo de carga harmónico de acordo com cada frequência crítica, com o objectivo de estimar as acelerações máximas que estarão instaladas para tal modo.

No caso em estudo foram aplicados os modelos de carga aos modos de vibração verticais e laterais. Para tal é necessário o cálculo de alguns parâmetros adicionais que constam na equação (5.11). O coeficiente  $n'$ , que representa o número de peões equivalente que circula na superfície  $S$ , é calculado com base nas equações (5.12), dependendo para tal da classe de tráfego em questão. Para tal factor obteve-se o valor de 0.31177 e 0.22399 para as classes de tráfego TC2 e TC4 respectivamente. O coeficiente de minimização  $\psi$ , representativo da probabilidade de que a passada dos peões se aproxime da gama de frequências crítica, foi estimado com base nos ábacos para esse efeito presentes em (Cunha *et al* (2008)). O valor da constante  $P$  é, como já foi referido anteriormente, 280N para vibrações verticais de 35N para as vibrações no plano lateral. Os valores do factor  $\psi$ , tal como as acelerações máximas calculadas com base no programa de cálculo SAP 2000, são expostos nos Quadros 5.10 e 5.11 para cada uma das classes de tráfego.

Quadro 5.10 – Verificação das acelerações máximas através da aplicação de modelos de cargas harmónicos para a CT2

Direcção	Lateral				Vertical			
Modo	24	31	32	38	40	46	50	55
Frequência (Hz)	1.0624	1.2517	1.3986	1.5549	1.7194	1.8936	2.0765	2.2687
$\psi$	0.00378	0.33022	0.67756	1.00	1.00	1.00	0.175	0.688
$a_{max}$ (m/s <sup>2</sup> )	0.01009	0.0018	0.09362	0.26436	0.30136	0.36417	0.24296	0.06552
$a_{lim}$ (m/s <sup>2</sup> )	0.1				0.5			

Quadro 5.11 – Verificação das acelerações máximas através da aplicação de modelos de cargas harmónicas para a CT4

Direcção	Lateral				Vertical			
Modo	24	31	32	38	40	44	49	55
Frequência (HZ)	1.0639	1.2642	1.4117	1.5685	1.7335	1.9081	2.0914	2.284
$\psi$	0.03156	0.35933	0.70778	1.00	1.00	1.00	0.08	0.6806
$a_{max}$ (m/s <sup>2</sup> )	0.0122	0.01055	0.07412	0.21082	0.20606	0.27271	0.17435	0.02049
$a_{lim}$ (m/s <sup>2</sup> )	0.3				2.5			

Com base nos resultados obtidos pelo método e pela comparação com os valores aceitáveis de acelerações definidas pelas classes de conforto correspondentes, pode concluir-se que, no geral, todas as acelerações ficam aquém do limite imposto.

Salientam-se os valores obtidos para as acelerações máximas laterais, que em ambas as classes de conforto não chegam a 5% do limite recomendado. No entanto, no caso das acelerações verticais existem valores, nomeadamente na classe de tráfego TC2, que se aproximam do limite imposto. Tratam-se dos modos de vibração 38, 40, 46 e 50, que têm acelerações de 0.26436, 0.30136, 0.36417 e 0.24296m/s<sup>2</sup> respectivamente, valores mesmo assim distantes do limite de 0.5. Na classe de tráfego TC4 é evidente um aumento das acelerações para os modos de vibração análogos, não tendo neste caso relevância devido ao maior limite imposto.

Para ambas as classes de tráfego é possível comprovar um significativo aumento das acelerações verticais com a sua proximidade das frequências críticas.

#### 5.5.2.3. Verificação dos critérios de Lock-in lateral

A relevância das frequências laterais pode ser avaliada pela teoria já enunciada do *Lock-in*. De acordo com esta é sensata a comparação dos valores de acelerações laterais obtidas com os limites estipulados. Como foi já referido o limite de aceleração lateral para não se despoletar este fenómeno é de cerca de 0.1 – 0.15m/s<sup>2</sup>.

Estes valores são muito superiores aos calculados em ambas as classes de tráfego. Pode assim concluir-se que a probabilidade de surgirem efeitos de sincronização de fluxos de peões para tal estrutura é bastante reduzida.

#### 5.5.3. CONCLUSÕES DA ANÁLISE DINÂMICA

Da análise até aqui realizada é possível concluir que a estrutura não sofrerá qualquer instabilidade dinâmica para solicitações devidas ao tráfego de peões nas classes de tráfego analisadas. Tal pode ser concluído tanto da análise expedita como da aplicação de modelos de cargas harmónicas que resultaram em acelerações da mesma ordem de grandeza e ambas dentro dos limites previstos.

Não é contudo possível afirmar que a estrutura terá um comportamento dinâmico global estável dado que não foi realizada uma análise das vibrações devidas ao vento e da componente aerodinâmica. Tal análise é de importância extrema e deverá ser realizada sem recurso à aplicação de cargas estáticas na

modelação na solicitação provocada pelo vento. Deve ser também feito recurso de modelos à escala e túneis de vento de modo a que as situações de vibração por flexão ou torção devidas ao vento possam ser devidamente acauteladas.

## **5.6. DIMENSIONAMENTO DOS ELEMENTOS ESTRUTURAIS**

O dimensionamento de uma estrutura deste tipo consiste num processo moroso e complexo. Devido à não linearidade geométrica da estrutura o procedimento compreende vários processos iterativos antes de se atingir a solução ideal.

Numa primeira fase foi realizado o pré-dimensionamento dos elementos estruturais: elementos de viga do tabuleiro e cabos, por esta ordem. Após o pré dimensionamento a estrutura foi analisada e a geometria ajustada. A partir do momento que se verificam todos os requisitos estruturais estáticos e dinâmicos as dimensões estruturais podem ser consideradas definitivas.

Nesta secção serão apenas expostos os métodos de pré-dimensionamento e dimensionamento (inicial e final), assim como as verificações dos regulamentos aplicáveis para as dimensões definitivas.

### **5.6.1. TABULEIRO**

O tabuleiro foi idealizado como uma grelha metálica constituída por 2 perfis longitudinais distanciados de 6m e vários transversais equidistantes de 3m, que servem de suporte a lajes de betão armado pré-fabricadas, com uma espessura de 15cm, suficientes para fazer face aos vãos de 3m por 6m. As lajes de betão armado distribuem as cargas apenas na direcção do menor vão, significando que apenas as vigas transversais estarão sujeitas ao carregamento distribuído por estas aplicadas. Como elemento de contraventamento, optou-se por um sistema de cabos cruzados devidamente tensionados de modo a que se mantenham em tensão independentemente das variações de temperatura.

No decorrer da análise, verificou-se a impossibilidade da realização da análise estática e dinâmica para tal modelo de tabuleiro, por falta de rigidez da estrutura. Esta situação poderia ter sido resolvida pela adição de cabos estruturais oblíquos. Como se pretendia que o modelo continuasse simples, principalmente devido à posterior análise do processo construtivo, a solução adoptada foi o aumento da laje de betão armado para 25cm, situação em que a rigidez global da estrutura é suficiente para que esta tenha um comportamento estável, bem como o aumento da massa modal da estrutura.

### **Pré-dimensionamento**

Para a realização de um pré-dimensionamento das vigas longitudinais e transversais do tabuleiro foi efectuada uma análise de um modelo simplificado destes, no qual em vez de pendurais a suportar as vigas, existem suportes rígidos que limitam as translações tanto na vertical como na direcção transversal ao tabuleiro. A Figura 5.32 representa modelo simplificado do tabuleiro construído no programa de análise estrutural SAP 2000 V12.0.0 com o objectivo de realizar o pré-dimensionamento.

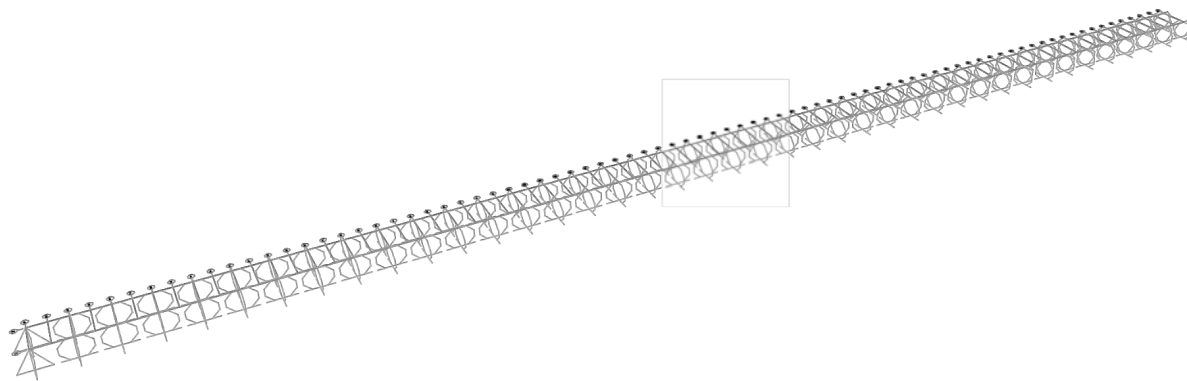


Fig. 5.31 – Modelo do tabuleiro para pré-dimensionamento no programa SAP 2000 v12.0.0

Neste modelo foram aplicadas nas vigas transversais, as solicitações devidas ao peso próprio da laje e a sobrecarga de utilização na zona de influência da respectiva viga. No caso das vigas longitudinais, apenas se considerou a contribuição da sobrecarga de solicitação. Foi ainda analisada uma situação de carga, em que apenas os tramos ímpares da estrutura foram solicitados pela sobrecarga de utilização, conduzindo a momentos flectores mais elevados nas vigas longitudinais.

### Dimensionamento

O dimensionamento final foi realizado para uma estrutura com geometria e dimensões bem definidas. No modelo para tal utilizado foi considerado o comportamento global da estrutura, incluindo as deformações dos cabos e pendurais.

Para a constituição do tabuleiro optou-se pela utilização de perfis metálicos da classe S355 com uma secção transversal rectangular fechada, idealmente soldada. Esta secção oferece, além de óptimas características mecânicas, uma protecção contra a corrosão acrescida. Os perfis rectangulares serão orientados na vertical para um desempenho mais eficiente.

Estes elementos foram dimensionados com base no Eurocódigo 3 para os esforços desenvolvidos na análise estática, resultantes de um estudo de estados limites último. Após esse dimensionamento foi verificada a compatibilidade com o novo cenário, que tem em conta os pesos próprios actualizados. Só assim se pode garantir o correcto dimensionamento destes elementos.

Para além da verificação do modelo estático e dinâmico, é necessário que exista compatibilidade entre as capacidades resistentes destes elementos com os esforços desenvolvidos durante o processo de construção.

No final do dimensionamento conclui-se que são necessárias vigas com 250mm de altura e 100mm de largura para ambas as situações, com uma espessura nos banzos e almas de 6mm para as vigas longitudinais de 12mm para as vigas transversais.

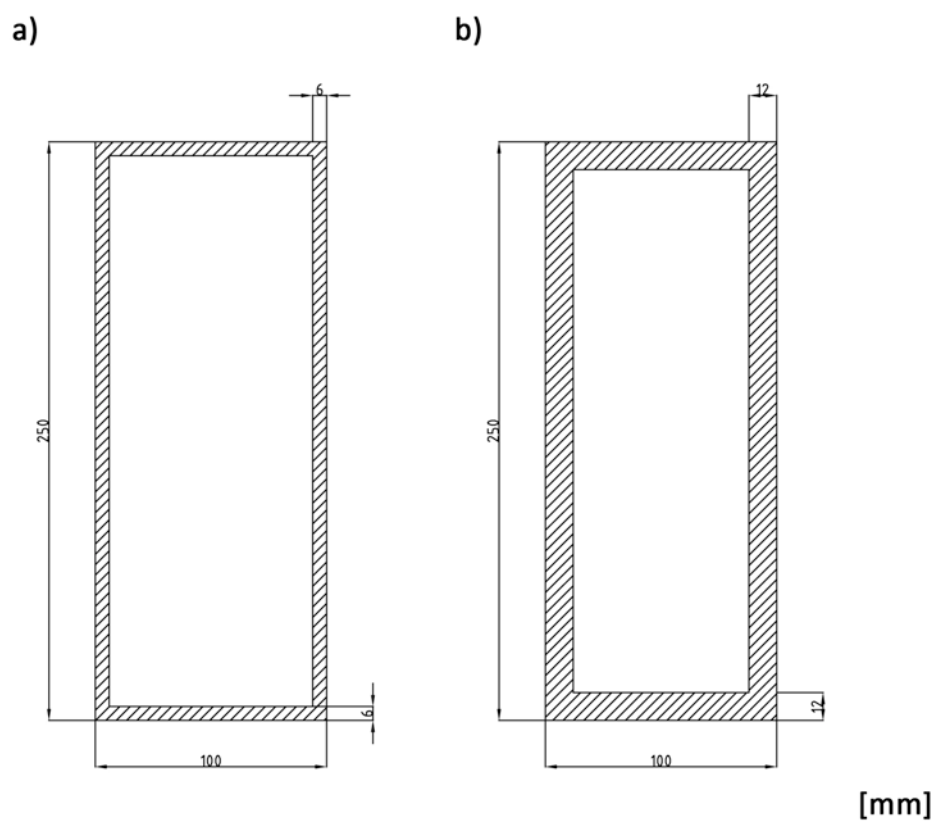


Fig. 5.32 – Secção transversal das vigas a) longitudinal e b) transversal

A Figura 5.33 representa uma porção da estrutura final do tabuleiro.

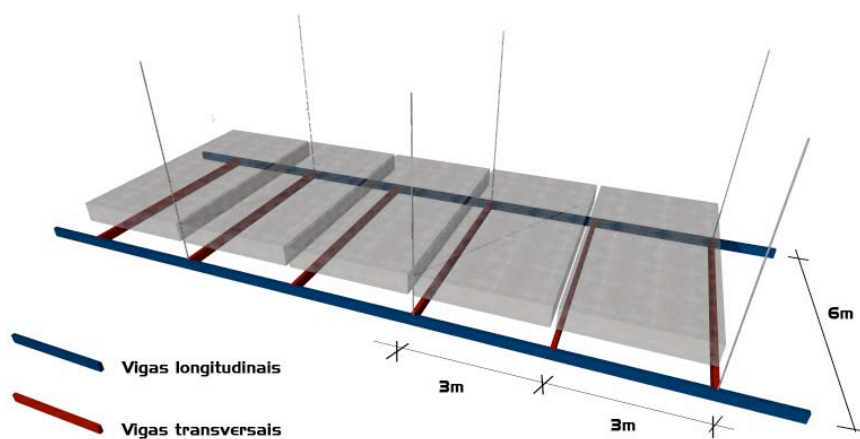


Fig. 5.33 – Porção de tabuleiro após o seu dimensionamento

O programa de cálculo utilizado incorpora uma ferramenta que permite a verificação automática do dimensionamento de estruturas metálicas. Esta foi utilizada para a envolvente das combinações de estado limite último. Os resultados obtidos estão expressos na Figura 5.34.

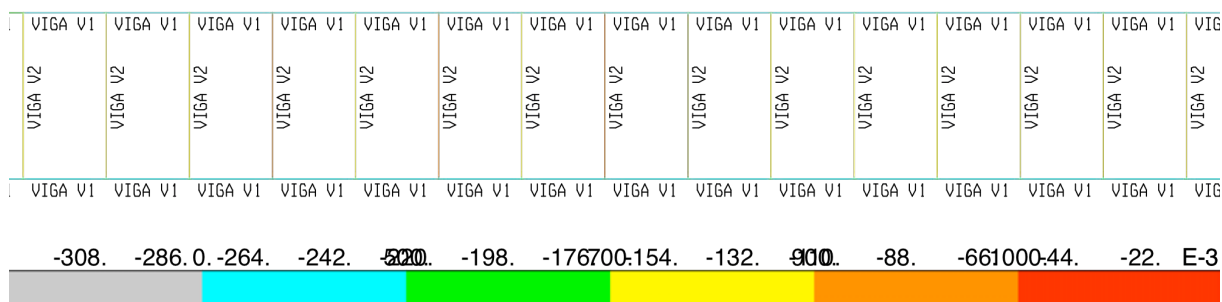


Fig. 5.34 – Verificação do dimensionamento segundo as normas dispostas no EC3 de uma porção do tabuleiro

Desta análise, pode concluir-se, que existem vigas transversais que se encontram próximas do limite de tensão, nomeadamente as que localizam no meio dos tramos, entre pendurais. Quanto às vigas longitudinais, estas estão ligeiramente sobredimensionadas para o estado limite último, mas torna-se necessário, devido aos esforços a que estão sujeitas durante o processo construtivo.

O Eurocódigo 3 impõem ainda que em serviço a não existam deslocamentos superiores a  $L/250$ , onde  $L$  é o comprimento total do vão. A partir do Quadro 5.6, onde se faz a síntese dos resultados da análise estática, é verificável que o maior deslocamento vertical para as combinações de serviço não ultrapassa os 0.69m, muito aquém do máximo admissível de 0.96m.

## 5.6.2. CABOS PRINCIPAIS

Para os cabos principais optou-se por usar o tipo de cabo *full locked coil*, cabo dotado de um grande módulo de elasticidade e grande resistência à pressão superficial. Além do mais, a sua secção transversal permite uma protecção contra a corrosão superior a qualquer outro tipo de cabo.

Este tipo é recomendado para os cabos de pontes suspensas por vários fabricantes, sendo mesmo fabricado em dimensões que possuem grandes capacidades de carga, ao contrário de outros, como os *spiral strands*.

O módulo de elasticidade  $E$  e o coeficiente de expansão térmica  $\alpha$  admitidos para o dimensionamento destes elementos foi de 160GPa e  $12 \times 10^{-6}K^{-1}$ , de acordo com a Parte 1.11 do Eurocódigo 3. As restantes características mecânicas do material foram consideradas as já expostas em capítulos anteriores e de acordo com as recomendações dos fabricantes.

O processo de dimensionamento destes elementos foi bastante semelhante ao executado para as vigas do tabuleiro. Numa primeira fase foi realizado o pré-dimensionamento, neste caso, sem recorrer a modelos simplificados. Esta primeira aproximação teve em conta o peso próprio do tabuleiro, incluindo as solicitações devidas ao peso dos elementos de viga provisórios.

O dimensionamento foi feito para o catálogo de cabos *full locked coil* da empresa britânica *Bridon*. Estes definem o esforço axial resistente  $G_{R,d}$ , como quociente da divisão do valor característico por 1.5 x 1.1, método recomendado pelo EC3 Parte 1.11.

De acordo com a síntese da análise estática do Quadro 5.6 o maior esforço axial desenvolvido no cabo para estados limite último é de 15053.84kN para a combinação 12).

Quadro 5.12 – Excerto da tabela de cabos *full locked coil* da empresa *Bridon* (Bridon International (2008))

Product Code / Strand Diameter	Minimum Breaking Load	Design Load $G_{R,d} = \text{MBL} / 1,5 / 1,1$	Nominal Metallic Cross Section	Nominal Axial Stiffness	Nominal Metallic Mass
d	MBL	$G_{R,d}$	A	EA	Mass
mm	kN	kN	mm <sup>2</sup>	MN	kg/m
LC 155	23000	13939	16990	2800	136
LC 160	24500	14848	18100	2990	145
LC 165	26100	15818	19250	3180	155
LC 170	27600	16727	20400	3370	164

Consultando o catálogo desta companhia, parcialmente reproduzido pelo Quadro 5.12, é imediato que será necessário adoptar um cabo LC165, com 165mm de diâmetro, uma área de 19259mm<sup>2</sup> e um esforço axial resistente  $G_{R,d}$  de 15818kN.

Segundo o EC3 Parte 1.11 as tensões instaladas na fase de serviço num elemento de cabo não podem ultrapassar 45% da tensão resistente característica. Esta restrição tem como objectivo a limitação das tensões em serviço à fase elástica durante o período de serviço e também a limitações de extensões excessivas, para que exista um controlo da durabilidade e da fadiga dos elementos.

O maior esforço axial resultante de uma combinação em estado limite de serviço não passa de 11345kN na combinação 3), valor ligeiramente inferior a 45% de 26100kN que resulta em 11745kN.

### 5.6.3. PENDURAIAS

A escolha do tipo de cabo adoptado para os pendurais recaiu no *spiral strand*. Este tipo de cabo é mais indicado para situações onde os esforços axiais sejam mais modestos, como é caso.

O Eurocódigo 3 Parte 1.11 recomenda para este tipo de cabo um módulo e elasticidade  $E$  de 150GPa e um coeficiente de expansão térmica para fios de aço de  $1.2 \times 10^{-6} \text{K}^{-1}$ . Mais uma vez, as restantes características mecânicas foram as recomendadas pelo fabricante.

O pré-dimensionamento destes elementos aconteceu ao mesmo tempo que o dos cabos, sendo que as condições de análise foram as mesmas. Todo o processo de dimensionamento dos pendurais foi, dentro do possível, paralelo ao dos cabos, à excepção do ajuste de comprimento que estes sofreram para ir de encontro aos requisitos da geometria.

Tendo em conta os resultados da análise estática verifica-se que a combinação de estado limite último que maior esforço axial desenvolve num pendural é mais uma vez a 12), com um valor de 300.17kN.

Recorreu-se ao catálogo da *Bridon*, desta vez ao quadro correspondente ao tipo de cabo *spiral strand*, do qual o Quadro 5.3 representa um excerto.

Quadro 5.13 – Excerto da tabela de cabos *spiral strands* da empresa *Bridon* (Bridon International (2008))

Product Code / Strand Diameter	Minimum Breaking Load	Design Load $G_{R,d} = \text{MBL} / 1,5 / 1,1$	Nominal Metallic Cross Section	Nominal Axial Stiffness	Nominal Metallic Mass
d	MBL	$G_{R,d}$	A	EA	Mass
mm	kN	kN	mm <sup>2</sup>	MN	kg/m
SS 22	455	276	279	49	2.26
SS 25	610	370	377	66	3.05
SS 30	864	524	541	95	4.29
SS 35	1190	719	731	124	5.91

De acordo com este é necessário um cabo SS 25, com um diâmetro de 25mm, uma área de 377mm<sup>2</sup> e um esforço axial resistente  $G_{R,d}$  de 370kN, para fazer face à maior das solicitações.

Pretende-se, mais uma vez, verificar a demanda de serviço imposta pela parte 1.11 do EC3. O maior valor para o esforço axial verificado em serviço é de 221.87kN para a combinação 2). De acordo com o estipulado no EC3 esta deve ser inferior a 45% do esforço resistente característico, ou seja, 274.5kN (0.45 x 610kN). Fica assim verificado o requisito de limitação de tensões em serviço.

#### 5.6.4. CABOS DE RETENÇÃO (BACKSTAYS) E PILARES

É fundamental, para que a análise até aqui desenvolvida tenha validade, que o topo dos pilares não sofra deformações excessivas.

Para tal é necessário dimensionar os pilares e os cabos de retenção (*backstay*) de modo a que tenham a rigidez adequada. As reacções desenvolvidas pelos cabos no topo dos pilares é de 4725kN e 11340kN para as componentes horizontal e vertical respectivamente.

Não sendo o objectivo deste trabalho o dimensionamento destes elementos serão apenas expostas as solicitações que estes estariam sujeitas. Considerando que os pilares são estritamente verticais, e que os cabos de retenção são inclinados 45° relativamente à horizontal pode estimar-se uma solicitação vertical no pilar de cerca de 16065kN e um esforço axial no cabo de aproximadamente 16035kN. Esforços que numa primeira aproximação conduziriam a secções de aproximadamente 0.8m<sup>2</sup> para o pilar e um cabo full locked coil com um diâmetro de 170mm equivalente a uma área de secção transversal de 20400mm<sup>2</sup>.

As ancoragens e sapatas teriam que ser dimensionadas de modo a serem compatíveis com estas acções e de acordo com o pressuposto da minimização de deslocamentos.



# 6

## MÉTODO CONSTRUTIVO DO CASO DE ESTUDO

### 6.1. GENERALIDADES

O processo construtivo de uma ponte suspensa está sempre envolvido em grande complexidade. Situação essa que é agravada quando as acessibilidades aos locais de trabalho são precárias.

Pretende-se estudar uma ponte suspensa que vença uma vão considerável, em condições topográficas desfavoráveis, concretamente, sobre uma garganta bastante profunda, que não permita o acesso de operários ou maquinaria pelo inferior do tabuleiro. Esta situação não é a mais corrente, dado que a maioria das pontes suspensas atravessam cursos de água, que permitem o uso de embarcações tanto para o transporte de operários como para a colocação do tabuleiro (embarcações grua).

Conclui-se no Capítulo 4 que a maioria dos métodos construtivos existentes não se adapta a estas condições. Neste campo de aplicação é importante salientar o processo descrito por Strasky (2005), inspirado na construção de *stress-ribbons*, que consiste na introdução de módulos pré-fabricados de tabuleiro fazendo-os deslizar por cabos auxiliares para o meio vão, até estes ocuparem a sua posição final; e o método de construção por avanços sucessivos, em que o tabuleiro é construído por módulos a partir de ambos os pilares em ambos os sentidos, tentando atingir-se simetria de solicitações. Este último é mais vantajoso, dados os objectivos pretendidos, visto que a construção do tabuleiro se inicia nas extremidades.

Na eventualidade da construção por avanços sucessivos, a estrutura teria de ser construída a partir de ambos os pilares em simultâneo em direcção ao centro, não beneficiando do equilíbrio habitual de construções simétricas em relação ao pilar. Para além disso, os elementos de tabuleiro teriam de ser colocados com a sua estrutura final, de modo a permitir a circulação de operários e equipamento para o transporte e colocação dos restantes elementos de tabuleiro. Por estas razões, existiriam grandes deformações e desenvolvimento de esforços elevados durante a fase construtiva, não só devidas ao peso próprio do tabuleiro mas também à necessidade da circulação sobre este durante fases em que não se encontra completo.

As limitações dos métodos descritos e a sua inadequação à situação em estudo implica a busca de novas soluções que conduzam a um processo construtivo mais eficiente. A solução estudada passa pela aplicação de um método há muito usado na construção de pontes de grandes vãos, que beneficia da resistência do próprio tabuleiro durante a fase construtiva, designado por método dos deslocamentos sucessivos (“*incremental launching*” na designação anglo-saxónica).

## 6.2. CONSTRUÇÃO POR DESLOCAMENTOS SUCESSIVOS

Como muitos outros métodos construtivos, o método dos deslocamentos sucessivos teve as suas origens no sec. XIX. Foi durante a construção dos primeiros viadutos ferroviários na Europa central, em meados deste século, que o processo mais se desenvolveu, designadamente na construção de viadutos metálicos.

Este sistema destacava-se por ser o primeiro a permitir a construção de pontes vigadas sem a necessidade de transporte e elevação de vigas extremamente pesadas. (Troyano (2003))

A aplicação do método a pontes de betão pré-esforçado surgiu mais tarde, no início da segunda metade do sec. XX, introduzido por W. Baur e Leonhard & Andra. Desde aí, a sua aplicação neste tipo de estruturas generalizou-se e é hoje prática comum todo o mundo.



Fig. 6.1 – Construção do viaduto ferroviário de *Bouble* (1865)<sup>12</sup>

Tal como o método dos deslocamentos sucessivos, todos os processos construtivos que tiram partido da resistência da estrutura, baseiam-se no facto de os elementos estruturais serem dimensionados para esforços muito superiores aos atingidos durante a construção convencional. Esta margem pode ser explorada com o objectivo de simplificar o método construtivo, reduzindo as necessidades de equipamento e minimizando os custos de construção. Vantagens essas, conseguidas tanto para estruturas metálicas como de betão pré-esforçado.

<sup>12</sup> Fonte: [http://www.ice.org.uk/images/ice\\_image\\_gallery/photo015.gif](http://www.ice.org.uk/images/ice_image_gallery/photo015.gif) (16/06/09)

A aplicação deste método para estruturas de betão é complexa, visto este ter muito pouca resistência à tracção, sendo necessária a aplicação de tendões de pré-esforço temporários que levam a que toda a secção esteja comprimida durante o processo. Por outro lado, as pontes metálicas aparentam maior simplicidade, dado resistirem tanto a compressões como tracções. No entanto, esforços de compressão elevados podem dar origem a cedências secundárias dos elementos metálicos. Assim sendo, em ambos casos, o dimensionamento para estado limite último pode ser inadequado à resistência do elemento ao seu peso próprio, revelando uma disparidade acentuada entre as tensões de dimensionamento e as experienciadas durante a construção. Casos em que esta situação sucede são alvos de sobredimensionamento para ULS.

Ainda assim, as vantagens económicas do processo são evidentes, apesar de que muitas vezes as necessidades estruturais devidas ao processo de construção acarretarem ao aumento do custo da estrutura. (Rosignoli (2002))

O processo construtivo varia ligeiramente com a natureza da construção. Nomeadamente na forma como o tabuleiro é produzido. Em tempos, a regra consistia na construção do tabuleiro completo antes da linha de lançamento e a introdução deste de uma vez só. Posteriormente, esta técnica foi abandonada, e numa primeira fase nos viadutos metálicos, o tabuleiro passou a ser fabricado por segmentos junto da zona de lançamento, à medida que os troços anteriores são lançados. Esta técnica permite uma economia no espaço necessário para a assemblagem do tabuleiro. Devido à inovação no âmbito dos materiais, conseguiu-se uma cura do betão suficientemente rápida e resistente, que permite que seja possível a betonagem de novos segmentos no mesmo instante que os subsequentes são lançados e assim aplicada a mesma técnica nas estruturas de betão pré-esforçado.

Nos dias de hoje, a construção metálica mantém o método descrito, mas os tabuleiros de betão são usualmente fabricados num estaleiro próximo da zona de lançamento em segmentos que permitam o perfeito encaixe. (Troyano (2003))

O lançamento do tabuleiro pode ser executado através de um ou ambos os extremos, sendo o lançamento unidireccional o mais comum. Este processo é usualmente realizado por sistemas propulsores, macacos hidráulicos ancorados nas extremidades, que impõem deslocamentos moderados aos elementos de tabuleiro fazendo-os deslizar no sentido da sua posição final.

O escorregamento do tabuleiro faz-se ao longo de apoios deslizantes permitidos pelos topos dos pilares (temporários ou não), que poderão ou não necessitar de contraventamento adicional nesta fase. Nos primórdios da aplicação do método, o topo dos pilares era munido de roletes metálicos, com o objectivo de facilitar o deslizamento do tabuleiro; nos dias de hoje são usadas lâminas de Teflon com neoprene para o mesmo propósito. Estes materiais permitem um coeficiente de atrito Neo-flon – placa de metal muito reduzido, na ordem dos 1% a 4%, importante para redução de momentos flectores e esforços transversos nos pilares. (Rosignoli (2002))

A Figura 6.2 representa o processo de deslizamento do tabuleiro munido de um nariz de sublançamento ao longo de apoios deslizantes nos pilares.

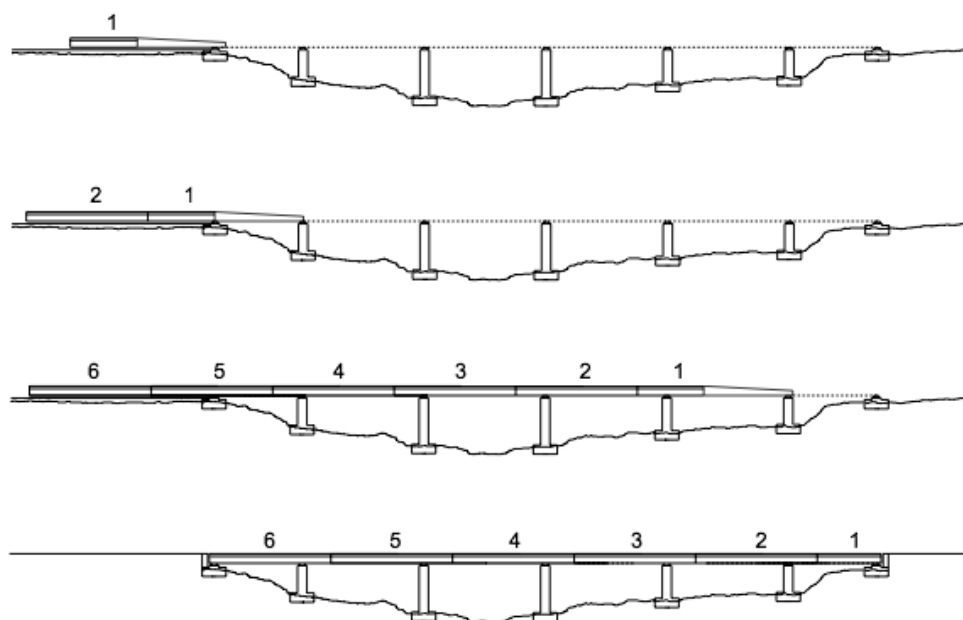


Fig. 6.2 – Processo típico de construção deslocamentos sucessivos com a utilização de nariz<sup>13</sup>

Durante o processo de deslocamento, o primeiro segmento do tabuleiro vai estar em consola grande parte do tempo de execução, desenvolvendo nessa zona importantes momentos flectores, que interessa serem reduzidos. Para este efeito, adopta-se uma estrutura metálica leve, adicionada na frente do tabuleiro de avanço em consola, conhecido por nariz de sublançamento; ou ainda uma torre e um sistema de tirantes (Figura 6.1) numa zona próxima da extremidade de avanço que permita atingir o apoio seguinte sem que se mobilizem momentos flectores ou deslocamentos verticais relevantes.



Fig. 6.3 – Utilização de nariz de sublançamento na construção do Mount Henry Bridge (Wenham (2006))

<sup>13</sup> Fonte: [http://ftp.wsdot.wa.gov/public/Bridge/WBES2007/assets/tuesday/8B/Marco\\_Rosignoli\\_8B.pdf](http://ftp.wsdot.wa.gov/public/Bridge/WBES2007/assets/tuesday/8B/Marco_Rosignoli_8B.pdf), 16/6/09

Como é claro, este sistema construtivo apresenta as suas limitações, nomeadamente em relação à geometria do tabuleiro. O método é apenas aplicável a tabuleiros rectos em planta, ou com uma curvatura constante. A secção transversal deve ser também constante ao longo de todo o comprimento, para permitir contacto constante e um avanço apurado durante o processo de deslizamento.

Apesar destas limitações, o processo mostra-se bastante eficaz e vantajoso na sua aplicação, na medida em que proporciona (Rosignoli (2008)):

- Execução simples e equipamento de baixo custo;
- Aplicabilidade de industrialização e pré-fabricação;
- Pequenas áreas de estaleiro;
- Não aplicabilidade de cofragens entre pilares;
- Segmentos com grandes dimensões;
- Rapidez de construção;
- Não interação com os obstáculos;
- Controlo de qualidade.

Foram já diversos os sistemas estruturais que tiraram proveito das várias vantagens que este método tem para oferecer, de entre as quais as pontes em arco e as pontes de tirantes (Figura 6.4).

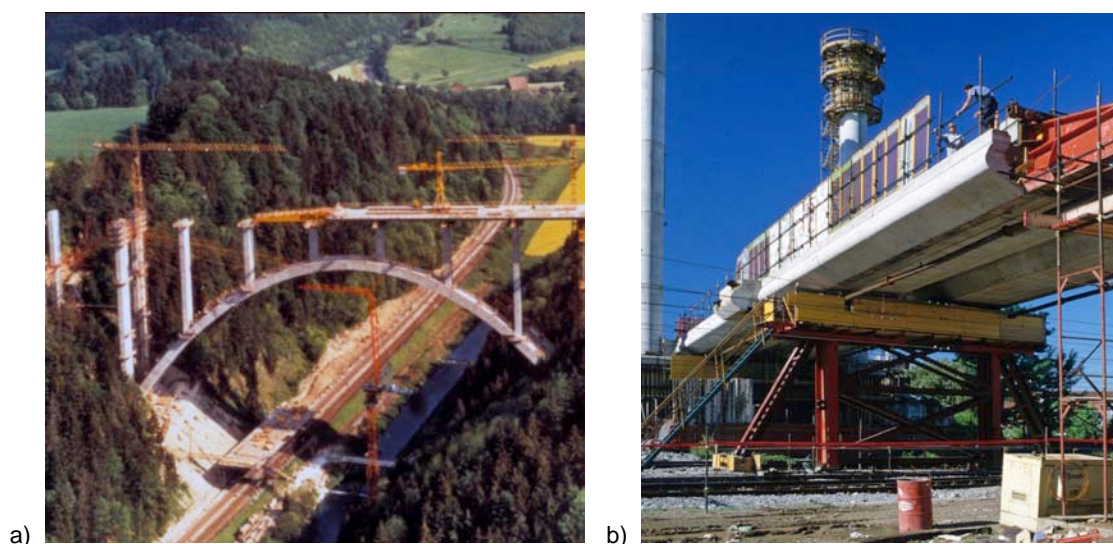


Fig. 6.4 – Utilização do método dos deslocamentos sucessivos para a construção de:  
a) Ponte em arco; b) Ponte de tirantes<sup>14</sup>

Se o sucesso da utilização do método foi já provado em tão variados campos, porque não a sua aplicação na construção de pontes suspensas?

Tomando o método construtivo descrito como base, será de seguida idealizada uma adaptação à realidade das pontes suspensas, que pretende beneficiar das diversas vantagens enunciadas, para além

<sup>14</sup> Fonte: [http://ftp.wsdot.wa.gov/public/Bridge/WBES2007/assets/tuesday/8B/Marco\\_Rosignoli\\_8B.pdf](http://ftp.wsdot.wa.gov/public/Bridge/WBES2007/assets/tuesday/8B/Marco_Rosignoli_8B.pdf), 16/6/09



da mais-valia da possibilidade de suprimir a necessidade de acesso pelo inferior da estrutura durante todo o processo.

### **6.3. MÉTODO DOS DESLOCAMENTOS SUCESSIVOS EM PONTES SUSPENSAS DE UM VÃO**

A aplicação directa do método dos deslocamentos sucessivos na construção de pontes suspensas não é possível, devido às singularidades destas estruturas. No entanto, poderá ser viável a adaptação do método de acordo com as características únicas que estas ostentam.

As maiores condicionantes deste tipo de estrutura quanto à aplicabilidade do método dos deslocamentos sucessivos, prendem-se com os apoios deslizantes, que noutra tipo de estruturas são materializados por pilares (temporários ou não) e que neste tipo de estrutura são inexistentes. Devido à incapacidade da aplicação do método construtivo sem estes elementos de suporte, é necessária a criação de elementos estruturais que tenham essa mesma função.

A solução encontrada passa pela introdução de vigas temporárias ligando cada par de pendurais. Como é claro, estas não são suficientes para estabelecer um apoio fixo onde o tabuleiro possa deslizar, deste modo, e para travar os deslocamentos horizontais na direcção longitudinal, são adoptados pares de cabos que estabelecem uma ligação entre cada duas vigas temporárias, e nos troços extremos do vão aos pilares ou a qualquer outro ponto fixo de ancoragem.

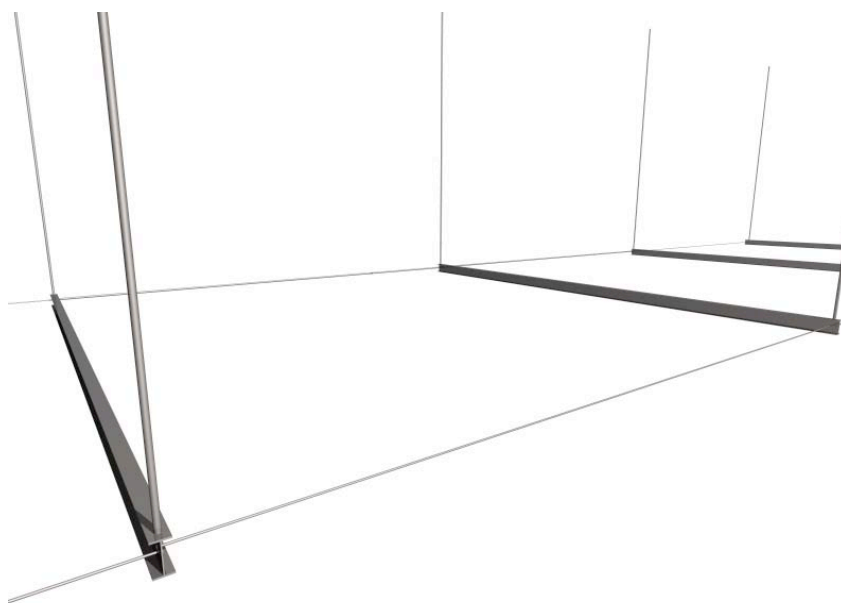


Fig. 6.5 – Vigas transversais temporárias e cabos longitudinais auxiliares

A outra condicionante será o movimento vertical destes apoios durante o deslizamento do tabuleiro. Como retratado no Capítulo 3, o comportamento de um cabo em forma de catenária é um tanto ou quanto complexo. Com objectivo de minimizar e uniformizar tais deslocamentos, o tabuleiro será lançado a partir de ambas as extremidades a um ritmo semelhante, originando deformações simétricas em relação ao meio vão.

Dado que o tabuleiro será introduzido gradualmente, os cabos principais apresentarão geometrias distintas em cada momento da construção. A alteração da configuração destes implica a variação da

cota da extremidade dos pendurais e consequentemente das vigas temporárias que servem de apoio ao tabuleiro. A variação de cota da extremidade dos pendurais, tanto pode ser positiva ou negativa em relação aos subsequentes, o que implica que durante o processo de deslizamento o tabuleiro terá de ascender ou descender alguns centímetros para entrar em contacto com o apoio de deslizamento seguinte.

Para atenuar esta disparidade, conseguindo que o tabuleiro vá ao encontro dos apoios seguintes em cotas superiores, será necessária a aplicação de um nariz de sublançamento de alçado trapezoidal, com uma pendente inferior compatível com as diferenças de cotas máximas, para a extremidade do tabuleiro de avanço.



Fig. 6.6 – Narizes de sublançamento montados em consola na extremidade do tabuleiro de avanço

Aplicando tais soluções, torna-se plausível o lançamento da estrutura do tabuleiro pelo método dos deslocamentos sucessivos, sem que exista a necessidade de acesso pelo inferior da estrutura. Será detalhada na secção seguinte uma sequência construtiva possível para tal processo.

#### **6.4. SEQUÊNCIA CONSTRUTIVA**

O método que será de seguida descrito baseia-se não só no método dos deslocamentos sucessivos, mas também em outros métodos mais comuns na construção de pontes suspensas, nomeadamente o processo de Strasky (2005) transcrito na secção 4.3 desta dissertação. Parte-se do pressuposto que a construção é dotada apenas de um vão central e realizada num local em que o acesso pelo inferior da estrutura do tabuleiro é impossível, caso da construção que vença o vão entre os dois extremos de uma garganta profunda.

O processo começa, como é usual em qualquer ponte suspensa, com a construção de fundações, nomeadamente as sapatas para os pilares e dos blocos de ancoragem dos cabos principais. A etapa seguinte consiste na construção e levantamento dos pilares, à qual se segue a colocação do sistema de cabos, devidamente dotado das peças auxiliares necessárias. Resta a introdução do tabuleiro e

pequenos ajustes finais. Assim sendo, o processo completo de construção consiste em apenas quatro fases principais:

- Construção e levantamento dos pilares;
- Instalação do sistema de cabos;
- Lançamento e construção do tabuleiro;
- Ajustes finais.

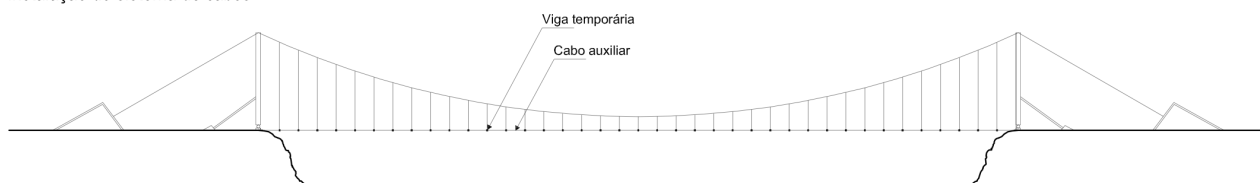
Servem os pontos seguintes para apresentar em maior detalhe cada uma das etapas enunciadas.



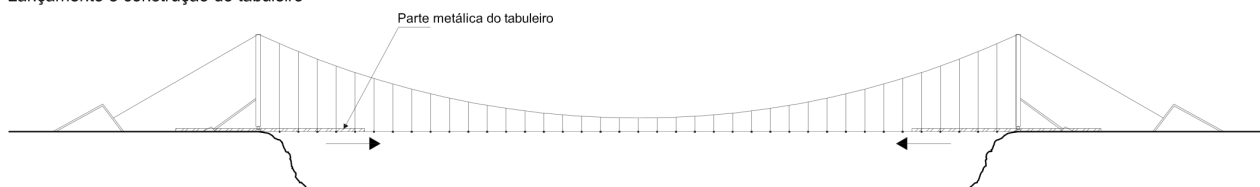
Construção e levantamento dos pilares



Instalação do sistema de cabos



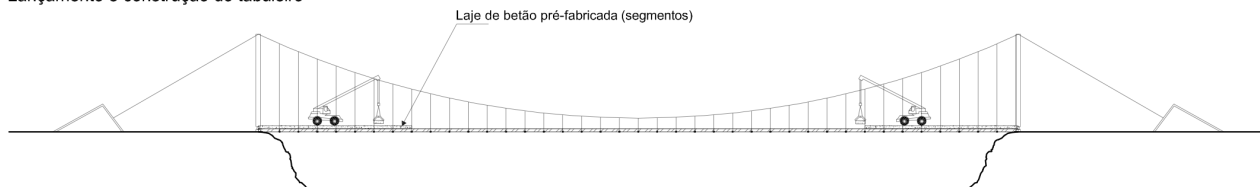
Lançamento e construção do tabuleiro



Lançamento e construção do tabuleiro



Lançamento e construção do tabuleiro



Ajustes finais

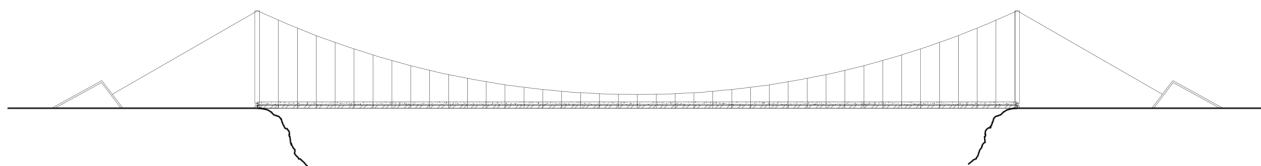


Fig. 6.7 – Sequência de construção – método dos deslocamentos sucessivos em pontes suspensas

A Figura 6.7, representativa da sequência construtiva, não tem em conta os deslocamentos verticais sofridos pelo cabo e tabuleiro ao longo do processo, dado que estes serão analisados em mais detalhe em 6.5.

#### 6.4.1. CONSTRUÇÃO E LEVANTAMENTO DOS PILARES

A construção dos pilares não pode ser executada, sem que antes se estabeleçam as suas fundações. Por outro lado, a betonagem dos blocos de ancoragem pode ser concluída já durante o levantamento dos pilares.

Como descrito por Strasky (2005), os pilares podem ser executados numa posição horizontal, com a base devidamente articulada com fundação de suporte. Em estruturas de betão armado, a própria betonagem pode ser realizada em posição horizontal; quando se trata de estruturas metálicas, estas são montadas por segmentos no mesmo local. Este método oferece várias vantagens, na medida em que os equipamentos de transporte podem ser bem mais modestos, dado todo o processo de montagem ocorrer no local de implantação.

Após a conclusão dos pilares, estes são elevados até à posição de projecto por meio de guias. Antes que estas deixem de suportar o seu peso, é conveniente a instalação de estruturas de apoio temporário, dado que nesta fase, em que não existe ainda sistema de cabos, os pilares estejam sujeitos a grande instabilidade. Estes apoios podem ser materializados ou por bielas diagonais ou por um sistema de tirantes tensionados.

#### 6.4.2. INSTALAÇÃO DO SISTEMA DE CABOS

No caso de uma ponte suspensa de um só vão, é vantajosa a introdução dos cabos de amarração (*backstays*) imediatamente após a erecção dos pilares, visto que estes, em conjunto com tirantes auxiliares, exercem um efeito estabilizador na estrutura incompleta.

Devido às características topográficas adversas, é impossível a transposição do vão com o cabo piloto através de barcas ou de qualquer transporte terrestre, sendo a solução mais adequada e eficiente a utilização de um helicóptero para o efeito.

Este cabo auxiliar tem uma função fulcral no processo de colocação do sistema de cabos definitivo, dado que é através deste que os cabos são puxados entre extremidades. Devido à falta de acessibilidade ao vão durante a maioria do processo construtivo, é importante que os cabos principais sejam lançados em simultâneo, munidos dos pendurais devidamente colocados na posição de projecto e das vigas auxiliares à introdução do tabuleiro. Esta etapa será um tanto complexa devido aos pesos próprios em causa e à necessidade de sincronização do processo de reboque dos cabos principais, mas perfeitamente exequível fazendo uso dos equipamentos adequados.

#### 6.4.3. LANÇAMENTO E CONSTRUÇÃO DO TABULEIRO

O lançamento do tabuleiro deverá ser executado, como o descrito para a generalidade das estruturas, recorrendo a um macaco hidráulico que exerça propulsão suficiente para o deslizamento do tabuleiro de uma forma controlada.

O tabuleiro deverá ser lançado em simultâneo de ambos os extremos do vão, permitindo aos cabos e ao próprio tabuleiro adoptarem uma geometria simétrica e conhecida *a priori*.

Os primeiros segmentos a serem lançados, antes de atingirem o primeiro suporte, deverão encontrar-se em consola, mobilizada por apoios superiores e inferiores, cobertos por material de baixo atrito, usualmente neo-flon, no troço de tabuleiro ainda em terra firme. Os suportes superiores podem ser removidos logo após o contacto com o primeiro apoio deslizante. Outra solução consistirá no lançamento do tabuleiro apenas quando este tiver uma dimensão que permita o auto-equilíbrio da zona em consola no primeiro vão. Esta solução peca por ocupar uma maior extensão para a zona de lançamento, no entanto, é relativamente mais simples, visto não ser necessário o recurso a apoios suplementares.

Cada viga provisória deverá ser preparada para o deslizamento do nariz e do tabuleiro, necessitando para tal de uma lâmina de neo-flon nas zonas sujeitas ao contacto. Adicionalmente, e de modo a que o deslizamento ocorra sem qualquer desvio, é aconselhada a utilização de um sistema de guias, que pode consistir em pequenas peças metálicas cobertas por *neo-flon*, soldadas nas vigas temporárias e devidamente espaçadas para permitir a livre circulação do tabuleiro.

Durante o processo, haverá situações em que o suporte a atingir pelo tabuleiro se encontrará a cotas diferentes deste, superiores ou inferiores. No caso de estar a cotas inferiores, o sistema funcionará por gravidade, sendo que o contacto se dará antes de acontecerem deslocamentos excessivos. Na situação oposta, será vantajoso o uso de um nariz de sublançamento com uma pendente inferior adequada.

A aproximação final dos dois segmentos de tabuleiro no centro do vão será mais complexa, devido à presença dos narizes de sublançamento. Foram idealizados dois métodos que permitem esta aproximação, mas em ambas é necessária a remoção ou alteração do sistema de narizes e portanto a interacção de operários nesta zona da estrutura.

O primeiro método é frequentemente utilizado no método dos deslocamentos sucessivos tradicional.

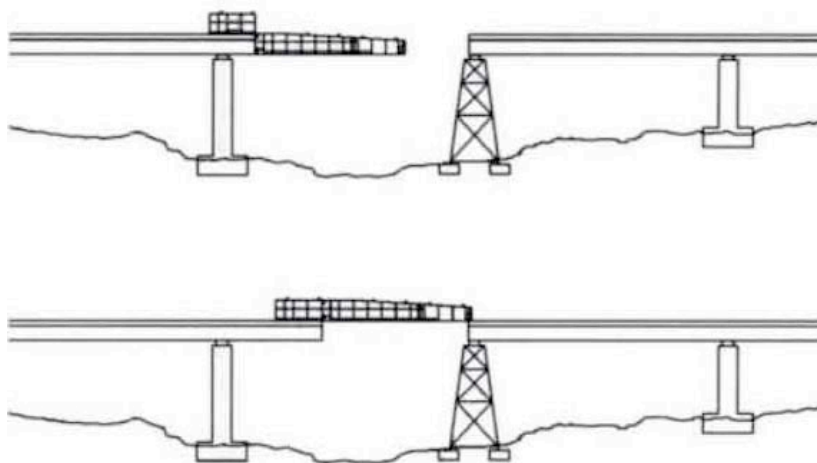


Fig. 6.8 – Mudança de posição do nariz de sublançamento durante aproximação final (Rosignoli (2002))

Este consiste (Figura 6.8) no reposicionamento do nariz de sublançamento no topo da secção, de modo a que este possa deslizar sobre o tabuleiro oposto, que se encontrará neste momento suportado pelo apoio central.

O segundo método proposto implica a eliminação do apoio deslizante de meio vão. Neste, será também necessária remoção de qualquer nariz existente, para que os dois segmentos de tabuleiro se possam encontrar no centro do vão à mesma cota. Na extremidade de cada viga longitudinal será instalada uma placa metálica aprovisionada de orifícios, que servirão para aparafusar as duas metades da estrutura (Figura 6.9). No dimensionamento dos pendurais centrais deverá ter-se em conta o comprimento adicional necessário para a realizar a ligação entre estes e o tabuleiro. Estes cabos devem ser posteriormente encurtados de modo a que o tabuleiro se desloque para a posição pretendida.

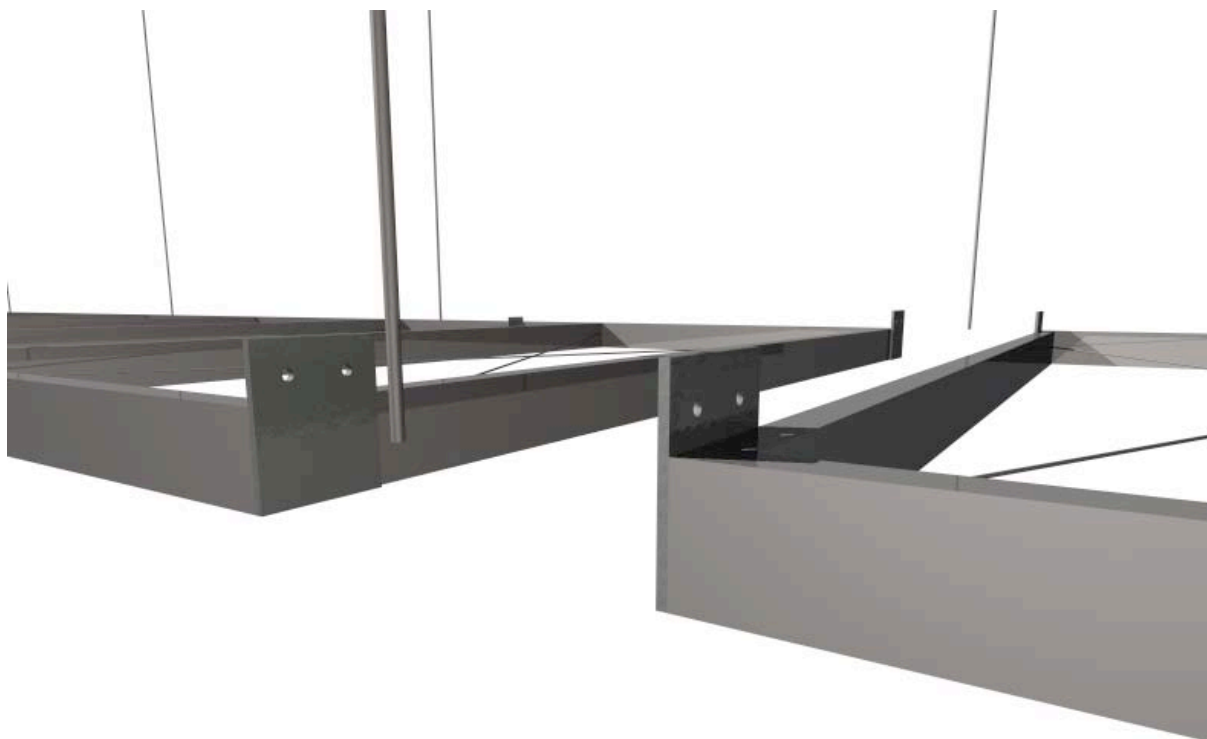


Fig. 6.9 – Detalhe da aproximação final das duas metades do tabuleiro a meio vão

O inconveniente de ambas as soluções encontradas centra-se na necessidade de mão-de-obra de operários nas zonas extremas dos tabuleiros durante a fase final da introdução deste. Neste momento da construção, é possível o acesso por uma equipa operária, através dos tabuleiros já estabelecidos, a estas zonas. Durante este procedimento devem ser tomadas medidas de segurança adequadas e deverá ser destacada para a tarefa uma equipa com experiência em situações semelhantes.

Só após a conclusão da parte metálica do tabuleiro é possível a colocação das lajes de betão armado, que serão directamente assentes na estrutura já concluída. A introdução destes elementos é realizada recorrendo ao equipamento necessário para o transporte dos mesmos. Este equipamento circula no passadiço já concluído, levando à sua extremidade o elemento seguinte. O processo será, mais uma vez, realizado de modo simétrico com vista a reduzir assimetrias de carregamento. É ainda de salientar que as vigas temporárias utilizadas na etapa da introdução do tabuleiro devem ser dimensionadas para esta etapa do processo.

#### 6.4.4. AJUSTES FINAIS

Logo que se finalize a colocação das lajes do tabuleiro proceder-se-á com a betonagem dos espaços deixados entre os segmentos de laje pré-fabricados em betão armado. Serve este procedimento para conferir uma rigidez adicional ao tabuleiro.

Até este momento os pendurais eram solicitados através das vigas temporárias. Antes da remoção destas é necessário que as cargas passem a ser transferidas directamente pela estrutura metálica do tabuleiro. Este procedimento fará com que existam eventuais assentamentos do tabuleiro, mas de grandeza irrelevante.

### 6.5. ANÁLISE ESTRUTURAL DO PROCESSO CONSTRUTIVO

De modo a comprovar a aplicabilidade do processo construtivo de avanços sucessivos numa ponte suspensa de um vão, exposto ao longo dos últimos pontos, foi realizada uma análise da estrutura previamente dimensionada no Capítulo 5, devidamente discretizada ao longo da construção.

O modelo tridimensional construído para a análise estática serviu de base aos modelos elaborados para a análise faseada do processo construtivo. Mais uma vez, devido às características particulares da estrutura, fez-se uma análise de natureza não-linear do tipo  $P - \Delta$ , ou seja, considerando grandes deslocamentos.

O estudo do processo construtivo foi dividido em duas etapas:

- Introdução do tabuleiro pelo método dos deslocamentos sucessivos;
- Colocação dos elementos de laje de betão.

Sendo que esta última é inteiramente dependente da anterior, visto ser iniciada apenas com a sua conclusão.

A primeira etapa de análise inicia-se com o tabuleiro já lançado e suportado na primeira viga temporária, dado que não existe interacção do tabuleiro com o resto da estrutura antes deste instante. Deste momento em diante, o procedimento de avanços sucessivos, foi analisado a cada três metros de progresso, ou seja, no instante em que extremidade do tabuleiro se encontra directamente suportada por uma viga temporária e ainda entre dois destes elementos. Esta divisão traduz-se em 39 fases de análise.

A fase inicial da segunda etapa de análise é precisamente a última da etapa precedente. A partir daí, a estrutura será analisada por cada segmento de laje colocada em cada metade do tabuleiro. Dado que cada elemento pré-fabricado ocupa três metros, o número total de análises realizadas será de 41, incluindo a última fase da etapa anterior. Aquando da conclusão desta análise, o sistema estrutural e as solicitações aplicadas serão semelhantes aos definidos para a combinação permanente de acções.

Serão de seguida expostos os resultados obtidos do estudo discretizado de ambas as etapas do processo construtivo. Salientam-se destes, os deslocamentos verticais do tabuleiro e a sua variação ao longo do processo; as envolventes de esforços axiais no sistema de cabos e a envolvente de momentos flectores nas vigas longitudinais.

#### 6.5.1. INTRODUÇÃO DO TABULEIRO PELO MÉTODO DOS DESLOCAMENTOS SUCESSIVOS

A aplicação do método dos deslocamentos sucessivos tradicional tem a vantagem de contar com apoios de deslizamento fixos, e por isso, conhecer ao longo de todo o processo a sua posição. Pelo

contrário, a aplicação deste método em estruturas suspensas resultará num reposicionamento a cada instante dos apoios com o avançar do tabuleiro, devido, principalmente, ao comportamento que os cabos descrevem durante este procedimento.

Deste modo, nem os deslocamentos verticais do tabuleiro nem os momentos flectores desenvolvidos no decorrer do procedimento poderão ser negligenciados.

#### 6.5.1.1. Deslocamentos verticais do tabuleiro e dos apoios “flexíveis”

Dada a não linearidade da variação dos deslocamentos ao longo do processo, foi realizado um estudo do seu comportamento.

A Figura 6.10 representa os deslocamentos verticais máximos, ascendentes e descendentes, para o decorrer da introdução do tabuleiro, onde as fases ímpares equivalem à posição do extremo de avanço do tabuleiro num apoio, e as restantes às análises em consola entre tramos.

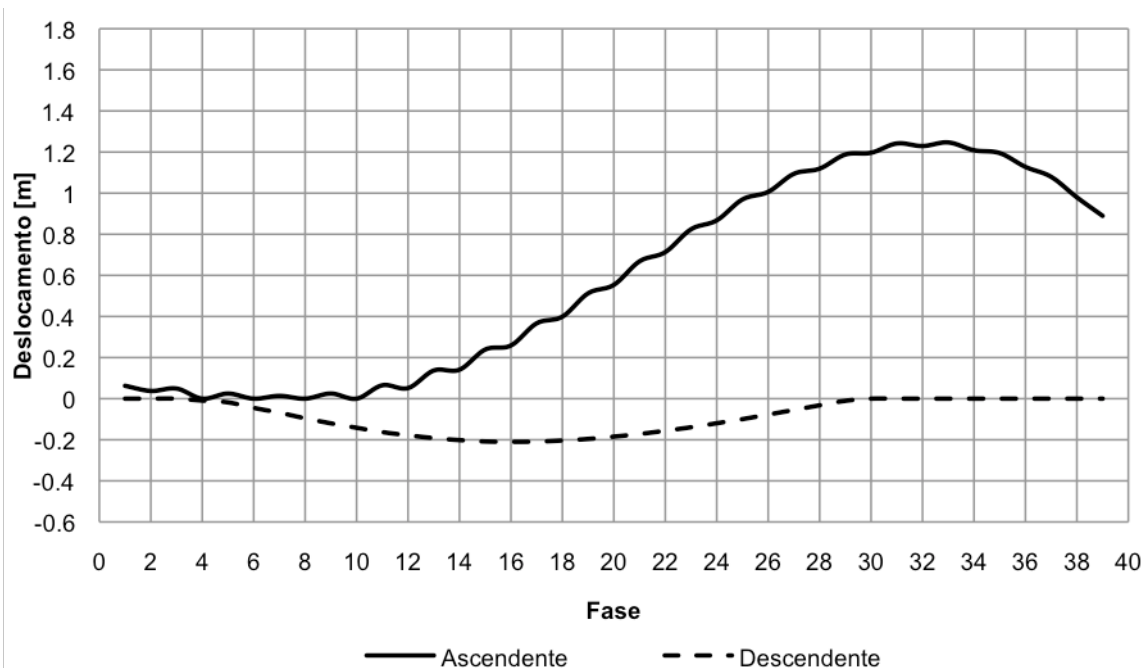


Fig. 6.10 – Deslocamentos máximos do tabuleiro durante processo dos deslocamentos sucessivos

O gráfico da Figura 6.10 foi construído com os valores máximos dos deslocamentos independentemente da sua localização, ou seja, os deslocamentos mais desfavoráveis em cada fase. Foi tomado o valor de zero quando não existem deslocamentos verticais nesse sentido.

Na configuração da curva dos deslocamentos máximos ascendentes está patente uma evolução irregular, na qual existe um forte crescimento entre as fases pares e ímpares, seguido de um decréscimo ou continuidade desse valor das fases ímpares para as pares. Este comportamento é devido à variação da posição do extremo do tabuleiro, ou seja, para fases ímpares, em que os deslocamentos verticais ascendentes são geralmente superiores, a extremidade do tabuleiro encontra-se suportado num apoio. Nas primeiras 10 fases de análise, o valor máximo do deslocamento ascendente é

relativamente constante, exibindo apenas um pequeno decréscimo nas primeiras fases, devidas à introdução do peso próprio do tabuleiro. Entre as fases 10 e 33, a variação é tendencialmente crescente, verificando-se nesta última o valor máximo absoluto de 1.247m. Desde momento em diante, e até à fase final, a curva decresce, atingindo para esta última o valor de 0.890m.

Por outro lado, os deslocamentos máximos descendentes têm um comportamento menos irregular. Nas primeiras fases a variação é mínima e os deslocamentos praticamente nulos. Após a quinta fase, existe um ligeiro aumento (em valores absolutos), até ao máximo de -0.2101m na fase 16, a partir da qual os deslocamentos decrescem novamente para valores nulos na fase 30. Deste instante em diante o tabuleiro não exhibe mais deslocamentos verticais descendentes.

As Figuras 6.11 a 6.14, ilustram a geometria da estrutura durante as fases mais relevantes do processo de deslocamentos sucessivos.

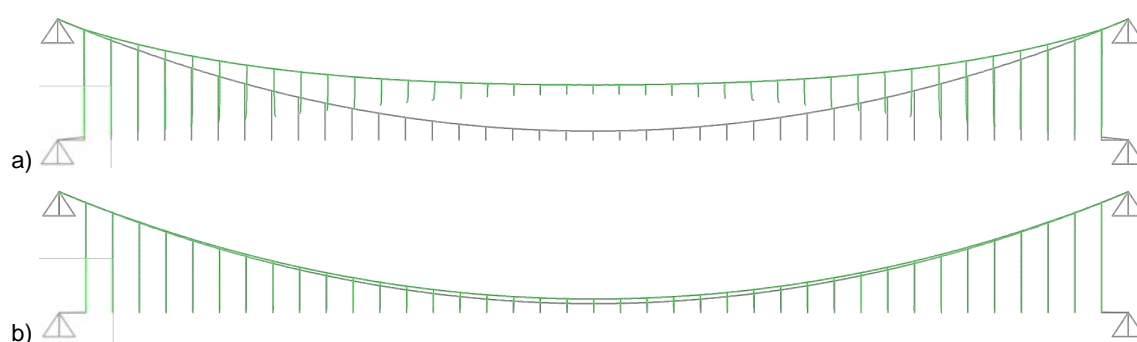


Fig. 6.11 – Geometria da estrutura após a fase inicial do método dos deslocamentos sucessivos:

a) ampliado 10x; b) não ampliado

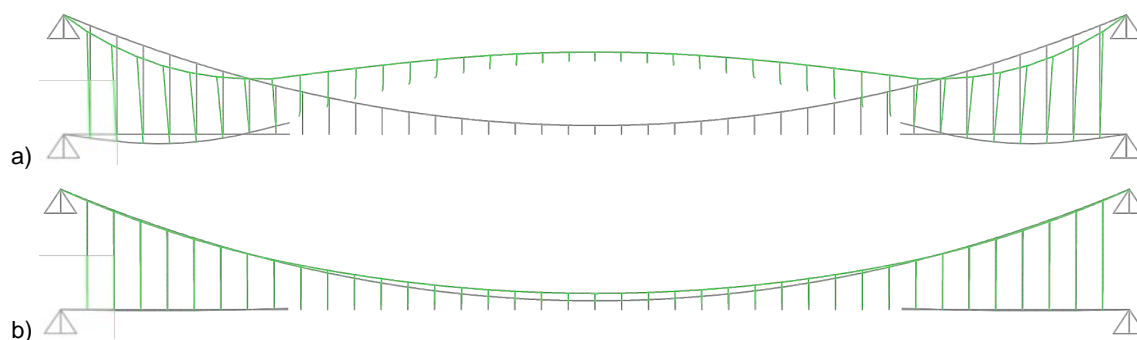


Fig. 6.12 – Geometria da estrutura após a fase 16 – deslocamentos descendentes máximos:

a) ampliado 10x; b) não ampliado

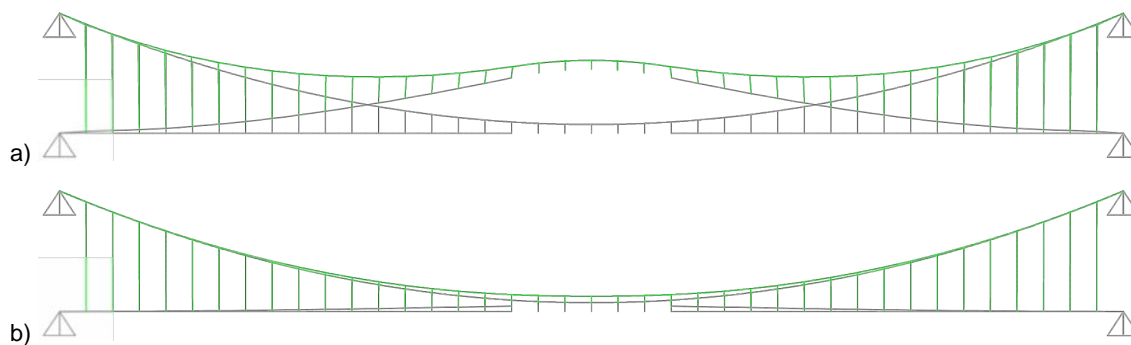


Fig. 6.13 – Geometria da estrutura após a fase 33 – deslocamentos ascendentes máximos:  
a) ampliado 10x; b) não ampliado

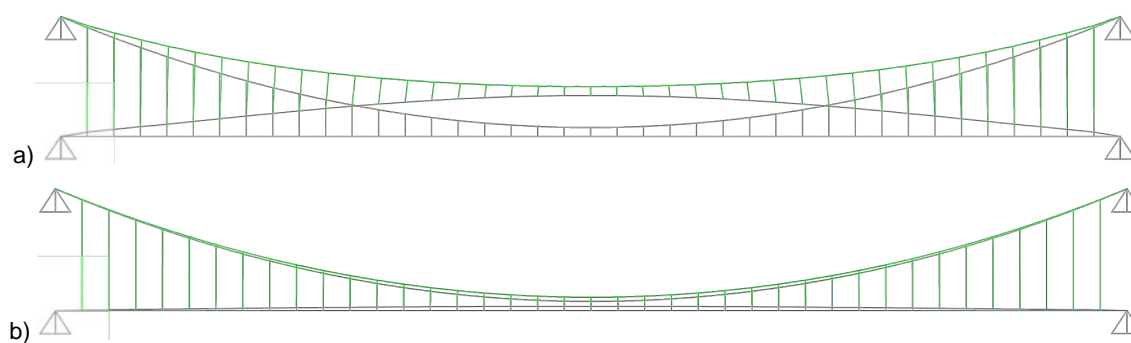


Fig. 6.14 – Geometria da estrutura durante a fase final: a) ampliado 10x; b) não ampliado

Das Figuras apresentadas, é possível verificar que o comportamento dos cabos durante o decorrer do processo de avanços sucessivos é extremamente variável, devido às diferentes configurações das solicitações. Através da exibição das figuras com os deslocamentos verticais não ampliados, pretende-se “sentir” a magnitude dos deslocamentos realmente existentes. A sequência completa de deslocamentos ao longo desta etapa pode ser consultada no Anexo 3.

Na Figura 6.12 pode constatar-se que o deslocamento máximo vertical descendente do tabuleiro ocorrerá aproximadamente entre o segundo e terceiro pendural a partir de cada extremidade. No caso do deslocamento máximo vertical ascendente, este ocorrerá na extremidade de avanço do tabuleiro (Figura 6.13). No final desta etapa, este apresenta ainda um deslocamento ascendente a meio vão (Figura 6.14) que será corrigido após a colocação das lajes de betão.

Noutra análise, foram comparados os deslocamentos verticais da extremidade do tabuleiro nas fases em consola (fases pares) com os valores análogos das vigas temporárias seguintes, ou seja, com o próximo apoio a atingir pelo tabuleiro ao longo de todo o processo de deslocamentos sucessivos.



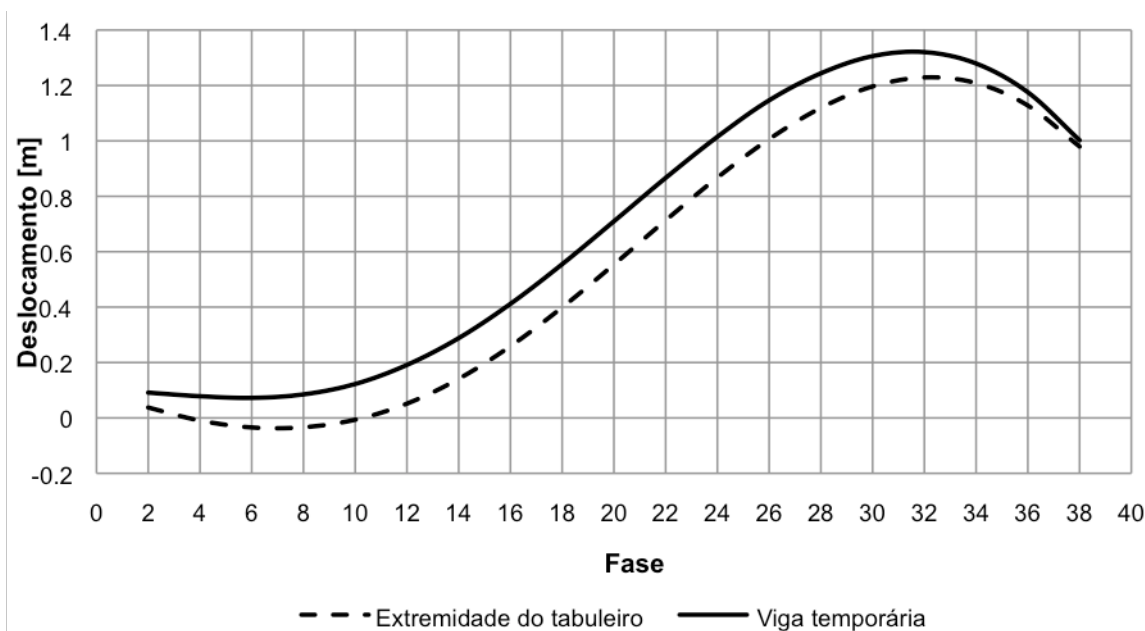


Fig. 6.15 – Deslocamentos verticais durante o processo de deslocamentos sucessivos na extremidade do tabuleiro e na viga temporária que se lhe segue

Analisando os resultados obtidos na Figura 6.15, constata-se que a variação destas duas grandezas é praticamente paralela com uma configuração global semelhante à dos deslocamentos máximos ascendentes, já ilustrada na Figura 6.10, isto porque, na generalidade das fases, o deslocamento máximo ascendente é obtido na extremidade do tabuleiro. É natural que não se encontrem as mesmas irregularidades já discutidas, visto que a nova análise ser realizada apenas para as fases pares.

Ao longo da maioria do procedimento, as vigas temporárias a alcançar pelo extremo do tabuleiro, encontram-se cerca de 0,15m acima deste, facto que obrigará à utilização de narizes de sublançamento.

#### 6.5.1.2. Esforços instalados na estrutura

Relativamente ao sistema de cabos, interessa nesta fase estudar a envolvente de esforços axiais gerada no decorrer da aplicação do processo de deslocamentos sucessivos ao tabuleiro, diagrama esse representado pela Figura 6.16.

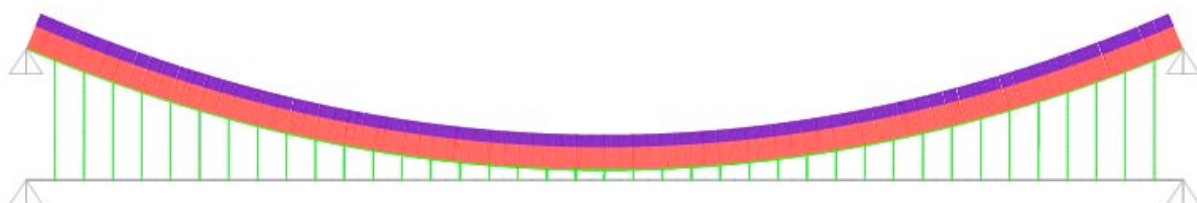


Fig. 6.16 – Diagrama envolvente dos esforços axiais durante o processo de deslocamentos sucessivos

O cabo principal está sujeito a um esforço axial máximo junto dos suportes de 796.32kN. O valor análogo nos pendurais não passa de 8.8kN. Em ambos os casos, a grandeza resultante, fica muito aquém do máximo previsto no Capítulo 5 para o estado limite último.

O gráfico da Figura 6.17 representa a evolução dos esforços axiais máximos desenvolvidos nos cabos durante a introdução do tabuleiro.

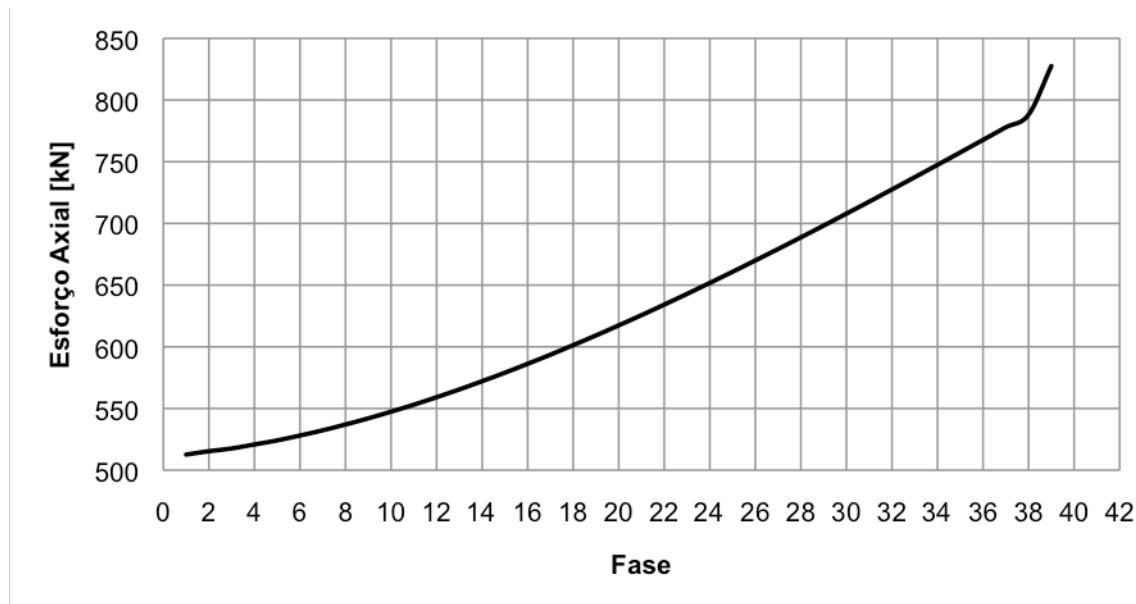


Fig. 6.17 – Evolução dos esforços axiais máximos nos cabos principais ao longo da introdução do tabuleiro

Na Figura 6.17 pode observar-se uma evolução quase linear do esforço axial nos cabos, existindo apenas uma maior variação aquando da união das metades do tabuleiro a meio vão. Esta quebra na linearidade da variação dos esforços axiais deve-se à grande variação de rigidez do tabuleiro nesta fase do processo.

Pode assim concluir-se que, no caso em estudo, os esforços axiais presentes no sistema de cabos durante o processo de deslocamentos sucessivos é cerca de 5% dos valores análogos para ULS e podem ser menosprezados durante a análise da estrutura.

Para a análise do tabuleiro, os esforços com mais relevo, devido aos deslocamentos consideráveis resultantes da introdução deste, são os momentos flectores nas vigas longitudinais.

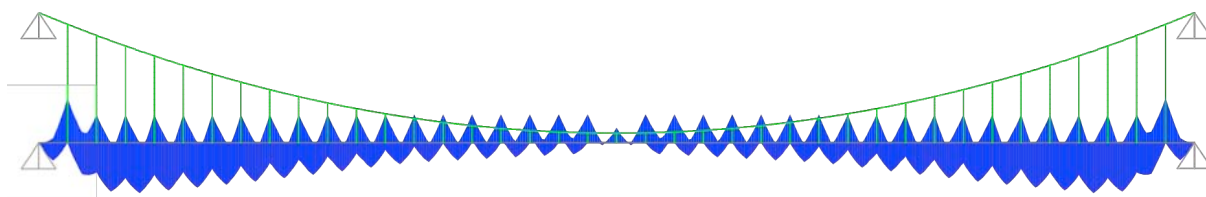


Fig. 6.18 – Diagrama envolvente dos momentos flectores durante o processo de deslocamentos sucessivos

Neste diagrama pode observar-se uma predominância de momentos flectores positivos elevados nas zonas adjacentes aos apoios fixos do tabuleiro. O valor máximo atingido para este tipo de esforços é 11.58kN.m. Quanto aos valores negativos destes esforços, o máximo é observado na zona de apoio da primeira viga temporária e é de -10.31kN.m.

Ao contrário dos valores obtidos na análise dos esforços axiais, os valores dos momentos flectores ao longo das vigas longitudinais do tabuleiro não são desprezáveis quando comparados com os valores análogos obtidos para estado limite último de 9.37kN.m e -6.33kN.m.

#### 6.5.2. COLOCAÇÃO DOS ELEMENTOS DE LAJE DE BETÃO ARAMADO

Durante a colocação dos elementos de laje, as solicitações têm valores mais elevados, dado o grande peso próprio destes elementos. Será portanto de esperar resultados mais gravosos que na etapa já analisada.

Na análise que a seguir se expõe foram apenas tidos em conta os pesos próprios dos elementos de laje, sem considerar as acções móveis devidas à circulação de equipamento e operários na zona de tabuleiro já concluída, situação que certamente agravaria os resultados.

##### 6.5.2.1. Deslocamentos verticais do tabuleiro

Devido aos elevados pesos próprios destes elementos, os deslocamentos verticais desenvolvidos pela estrutura ao longo da sua montagem terão alguma importância na análise da estrutura.

Analogamente à etapa anterior, construiu-se um gráfico para os deslocamentos máximos do tabuleiro ascendentes e descendentes representativos de toda a etapa construtiva (Figura 6.19).

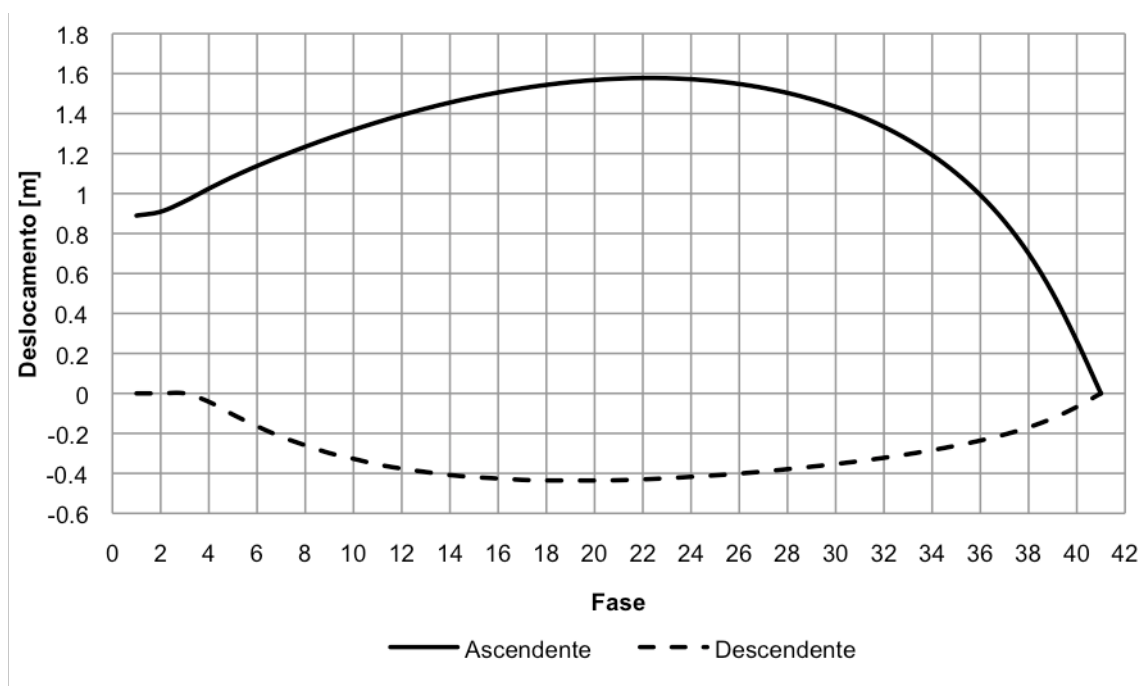


Fig. 6.19 – Deslocamentos máximos do tabuleiro durante a colocação das lajes de betão

A configuração de ambas as curvas em nada se assemelha ao obtido na análise da etapa anterior. Tal facto deve-se ao aumento da rigidez global da estrutura após a adição da grelha metálica do tabuleiro.

A curva dos deslocamentos máximos ascendentes inicia-se com o mesmo valor para o qual a etapa anterior terminou (0.8895m). A partir deste instante, e devido à introdução de elementos de laje junto dos extremos do vão, a zona central tende a levantar, tendência presente até à fase 22 da análise, na qual se observa o valor máximo absoluto de 1.578m. Desde a fase 22 até ao final do procedimento, na fase 41, o valor máximo dos deslocamentos verticais ascendentes cai drasticamente até zero em todos os nós, valor de projecto para a combinação permanente.

Como se constata na Figura 6.18, os deslocamentos descendentes até à 4 fase são inexistentes, atestando que toda a estrutura se encontra com deslocamentos ascendentes. Desde a fase 4 até à 20, o deslocamento vertical máximo é sempre crescente (em valores absolutos), atingindo o máximo de -0.436m para esta última. Deste momento em diante, o valor em estudo tenderá lentamente para a cota de projecto da combinação permanente, com um deslocamento vertical de 0 em todos os nós.

As geometrias expostas nas Figuras 6.20 a 6.22 são as correspondentes aos instantes relevantes na análise de deslocamentos verticais desta etapa. A Figura 6.14, analisada durante a etapa anterior, revela a geometria na fase inicial da etapa em estudo.

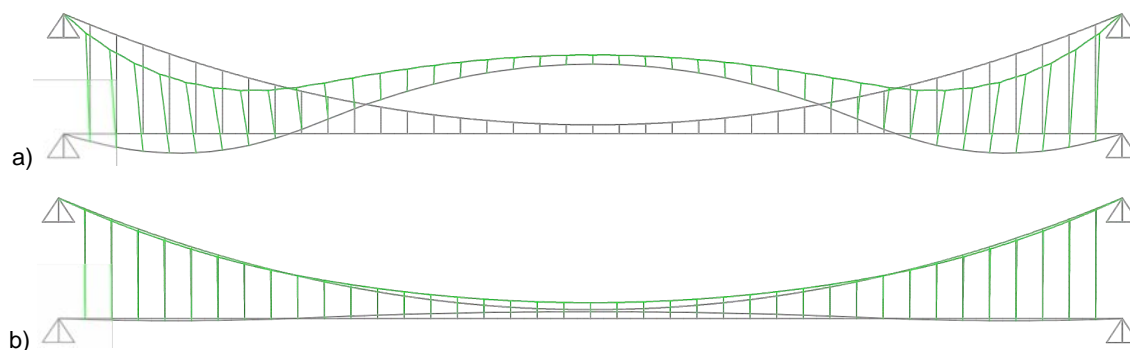


Fig. 6.20 – Geometria da estrutura após a fase 20 da colocação do tabuleiro  
– deslocamentos descendentes máximos: a) ampliado 10x; b) não ampliado

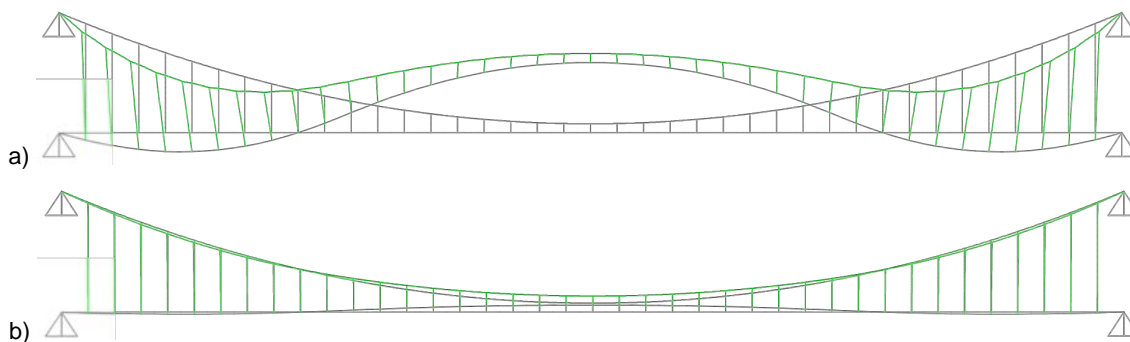


Fig. 6.21 – Geometria da estrutura após a fase 22 da colocação do tabuleiro  
– deslocamentos ascendentes máximos: a) ampliado 10x; b) não ampliado

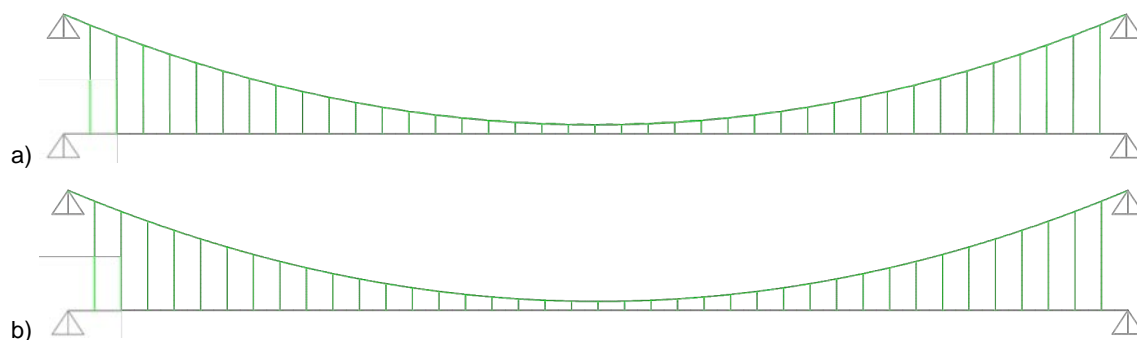


Fig. 6.22 – Geometria da estrutura após a fase final da colocação do tabuleiro  
– deslocamentos descendentes máximos: a) ampliado 10x; b) não ampliado

Mais uma vez, é notável a irregularidade do comportamento, tanto dos cabos principais como do tabuleiro.

Tal como na etapa de análise anterior, os deslocamentos máximos verticais descendentes do tabuleiro são observados para as zonas entre os primeiros pendurais, a partir do apoio fixo do tabuleiro, neste caso, entre o terceiro e quarto. O deslocamento máximo absoluto ascendente aparece para esta análise exactamente no meio vão. É ainda de salientar a proximidade das fases para que ocorrem os valores máximos dos deslocamentos, que dá origem a uma conjuntura mais gravosa, aproximadamente entre as fases 15 e 30.

Como seria de esperar, a última fase desta etapa de análise apresenta uma geometria correspondente à já analisada para a combinação permanente de acções.

A lista completa das geometrias adoptadas pela estrutura ao longo desta segunda etapa de análise pode ser consultada no Anexo 3.

#### 6.5.2.2. Esforços instalados na estrutura

Nesta etapa do processo construtivo, os esforços instalados na estrutura não serão tão modestos como na etapa anterior, principalmente devido à grandeza dos pesos próprios dos elementos de laje.

Mais uma vez, foi analisada a envolvente de esforços axiais para o decorrer desta etapa (Figura 6.23).

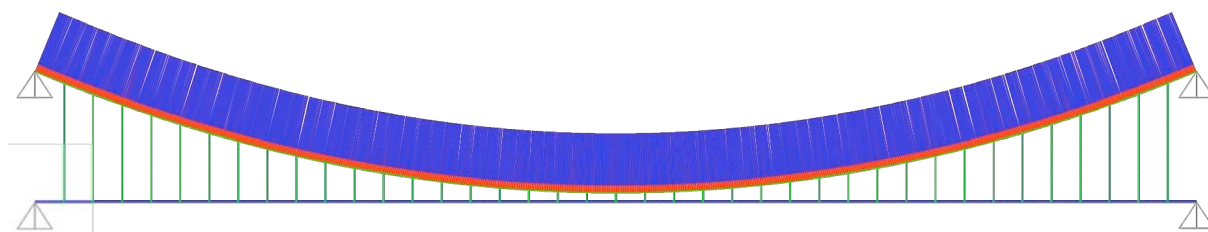


Fig. 6.23 – Diagrama envolvente dos esforços axiais durante a colocação das lajes de tabuleiro

Os valores máximos do esforço axial ao longo desta etapa do processo construtivo são de 6597.04kN para os cabos principais e de 120.58kN para os pendurais. Comparados com os resultados da etapa anterior estes valores são cerca de 10 vezes superiores, provando a influência do peso próprio do

tabuleiro na grandeza do esforço axial dos cabos. Mesmo assim, estes valores não chegam a metade dos previstos no Capítulo 6 para o estado limite último.

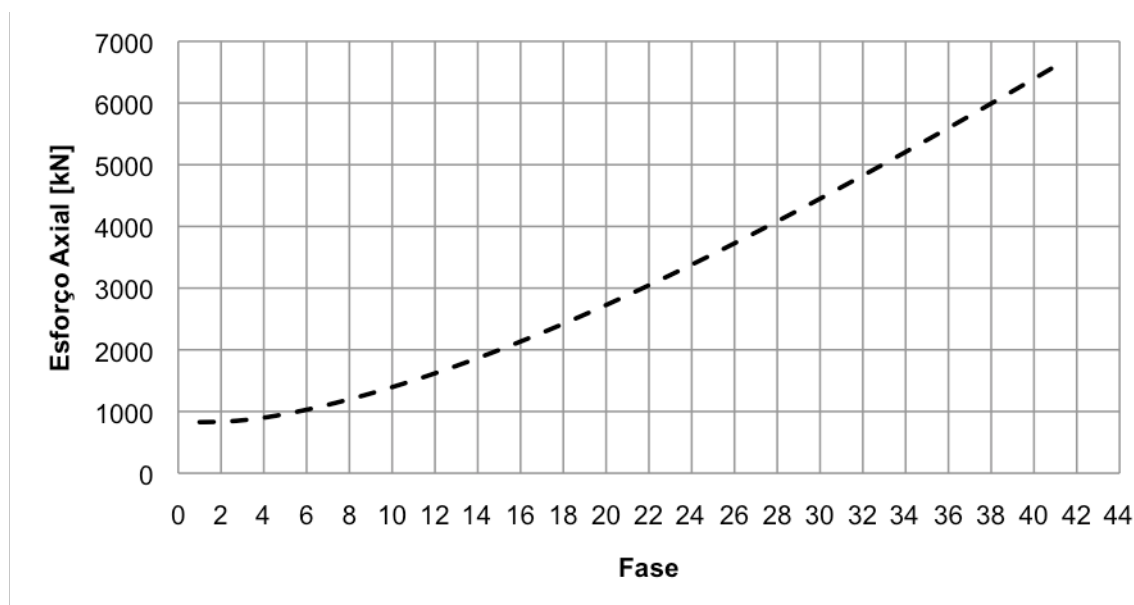


Fig. 6.24 – Evolução dos esforços axiais máximos nos cabos principais ao longo da colocação das lajes

Pode comprovar-se mais uma vez pela Figura 6.24, que a evolução dos esforços axiais nos cabos principais ao longo da colocação das lajes de betão é quase linear, salientando um aumento mais acentuado que na etapa anterior, devido ao maior peso próprio destes elementos estruturais.

Com o objectivo de estudar os momentos flectores actuantes no tabuleiro, mais concretamente nas vigas longitudinais deste, foi mais uma vez desenhado o diagrama envolvente deste tipo de esforços para a etapa em causa (Figura 6.25).

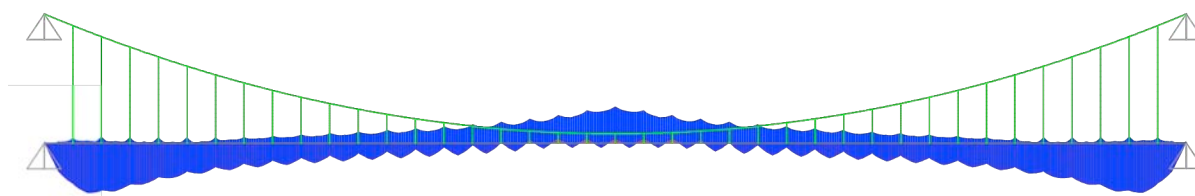


Fig. 6.25 – Diagrama envolvente dos momentos flectores durante a colocação das lajes de tabuleiro

Este diagrama evidencia uma clara liderança dos momentos flectores positivos na região do tabuleiro próxima dos apoios fixos, atingindo o máximo de 20.73kN.m. Por outro lado, o valor mais elevado dos momentos flectores negativos acontece exactamente a meio, com um máximo de -15.23kN.m.

Tal como esperado, a grandeza dos momentos flectores instalados ao longo do processo de colocação das lajes de betão, é significativamente superior aos valores da análise estática da etapa anterior, e consequentemente da análise ULS.

### 6.5.3. SÍNTESE DA ANÁLISE ESTRUTURAL DO PROCESSO CONSTRUTIVO

Da análise realizada durante este ponto é evidente a predominância dos resultados da segunda etapa da construção.

É durante a colocação das lajes do tabuleiro que se verificam os deslocamentos verticais máximos; os esforços axiais, tanto nos cabos principais como nos pendurais, máximos; e ainda os momentos flectores, positivos e negativos, máximos.

Quadro 6.1 – Grandezas máximas durante o processo construtivo

	Processo construtivo	ULS	$\Delta$ (%)
Deslocamento vertical ascendente do tabuleiro (m)	1.578	0	$\infty$
Deslocamento vertical descendente do tabuleiro (m)	-0.436	-1.200	-64
Esforço axial nos cabos (kN)	6597.04	15053.84	-56
Esforço axial nos pendurais (kN)	120.57	300.17	-60
Momento flector positivo nas vigas longitudinais (kN.m)	20.73	9.37	121
Momento flector negativo nas vigas longitudinais (kN.m)	-15.23	-6.33	141

Como pode ser verificado pela comparação dos valores do Quadro 6.1 com os análogos máximos da análise estática, apenas os valores dos esforços axiais nos cabos se mantêm como os mais desfavoráveis para o ULS.

O deslocamento máximo vertical observado em estado limite último é de -1.200m, cerca de 40cm menor que o valor para o processo construtivo. O caso dos momentos flectores nas vigas longitudinais é o mais flagrante, no qual durante a construção estão instalados esforços cerca de 10kN.m superiores aos estimados para ULS.

Assim sendo, na fase de dimensionamento será necessário ter em conta os valores máximos obtidos para a fase construtiva, e não os obtidos para a análise estática.

A grande discrepância de valores entre a etapa de análise de introdução do tabuleiro e da colocação das lajes de betão terá tido influência do peso próprio considerado para estas últimas. Sendo que, para uma estrutura de tabuleiro mais leve, as duas etapas poderiam ser realizadas em simultâneo, ou seja, o tabuleiro poderia ser inserido pelo método dos deslocamentos sucessivos, com a sua estrutura completa.

## 6.6. DETALHES CONSTRUTIVOS

Dada a elevada complexidade do processo construtivo e a quantidade de elementos temporários necessário para a sua execução, torna-se inevitável o detalhe do seu funcionamento.

Nesta secção, será realizada uma breve descrição dos elementos construtivos temporários, desde a sua função, até ao método de dimensionamento; bem como alguns esclarecimentos sobre detalhes estruturais.

#### 6.6.1. ELEMENTOS TEMPORÁRIOS

Como foi já enunciado ao longo deste capítulo, vários serão os elementos temporários necessários à execução do método dos deslocamentos sucessivos numa ponte suspensa.

Os narizes de sublançamento são elementos já vulgares na aplicação deste método noutro tipo de estruturas, mas as vigas e os cabos temporários, são de uso exclusivo nesta adaptação.

##### 6.6.1.1. Vigas temporárias

As vigas temporárias são os elementos que servirão de apoio vertical ao tabuleiro durante o processo de deslocamentos sucessivos.

O instante mais desfavorável de carregamento será durante o processo e colocação das lajes de tabuleiro, durante o qual este está sujeito aos carregamentos do peso próprio não só da grelha metálica do tabuleiro, mas também dos segmentos de laje. Adicionalmente, será necessário tomar sobrecargas que ocorrerão durante esta etapa do procedimento, devido à circulação de operários, equipamentos e elementos de laje.



Fig. 6.26 – Viga longitudinal temporária – zonas de aplicação de cargas

Apenas as vigas longitudinais entram em contacto com as vigas temporárias, por meio de uma lâmina de *neo-flon*, num comprimento equivalente às dimensões da secção da viga temporária (Figura 6.26). Os suportes são concretizados pelos pendurais em ambos os extremos de cada elemento. É assim necessário que a viga temporária tenha um comprimento ligeiramente superior à largura designada para o tabuleiro.

No caso em estudo, considerou-se um comprimento total de cada viga temporária de 6.20m, com uma distancia entre pendurais de 6.1m. Foram tidas em conta as solicitações devidas ao peso próprio do tabuleiro; 5kN/m<sup>2</sup> (numa área de influência de 36m<sup>2</sup> equivale a 180kN) de sobrecarga de circulação de equipamentos e operários; e ainda 4.5kN devido a um elemento de laje adicional.

Segundo as normas expressas no EC3 a solução de dimensionamento foi um perfil HEB 200. Optou-se por este tipo de perfil devido à maior resistência à torção e à rotação, à qual estará sujeito durante o processo de introdução do tabuleiro.

##### 6.6.1.2. Cabos

Os cabos auxiliares, que ligam cada par de vigas entre si, são fundamentais para fixar longitudinalmente as vigas temporárias, no decorrer da introdução do tabuleiro pelo método dos deslocamentos sucessivo.



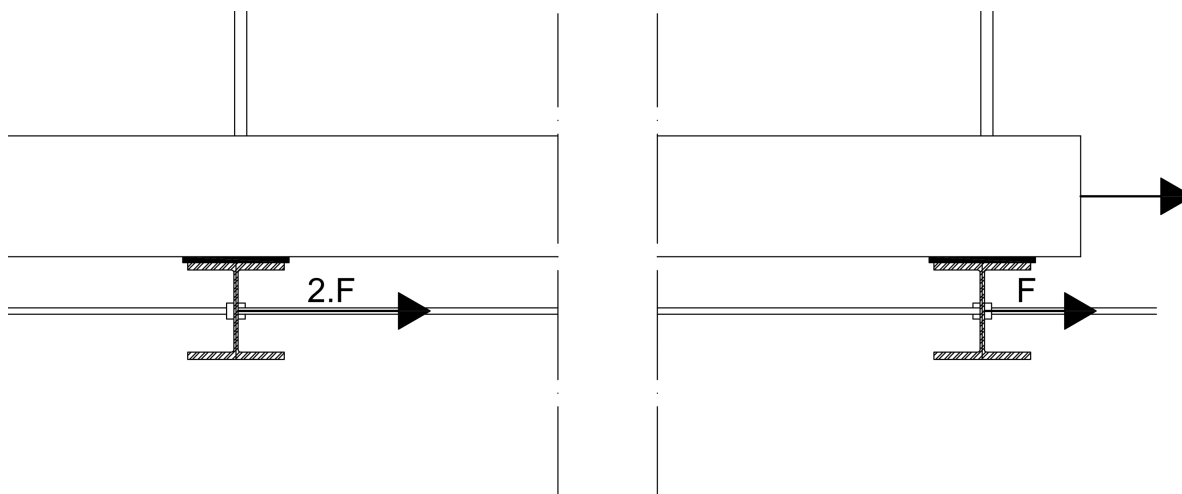


Fig. 6.27 – Esquema de transmissão de esforços para os cabos auxiliares

O esforço axial máximo actuante nestes elementos pode ser calculado em função da acção vertical imposta pelo deslocamento do tabuleiro e pelo coeficiente de atrito entre este e a lâmina de *neo-flon* (1% - 4%). O cabo mais desfavorável será aquele que liga as últimas vigas aos apoios fixos junto dos limites do tabuleiro, visto estarem sujeitos às acções de atrito de toda a metade do tabuleiro.

Assim sendo, considerando a reacção vertical máxima durante a etapa de introdução do tabuleiro de 8.8kN e um coeficiente de atrito majorado de 5%, cada viga temporária carregará o cabo com 0.44kN que multiplicado pelo número de tramos de metade do tabuleiro resulta em aproximadamente 8.8kN. Para este valor de esforço axial é suficiente o recurso ao menor cabo *spiral strand* fabricado por Bridon International (2008) de 13mm com uma resistência máxima ao esforço axial de 104kN, valor muito superior ao necessário.

#### 6.6.1.3. Narizes

A introdução de narizes de sublançamento durante o processo de deslocamentos sucessivos é vantajosa, na medida em que colmata as diferenças de altura entre as extremidades de avanço do tabuleiro e o apoio seguinte.

Para que tal seja possível, estes elementos devem ser dimensionados com base nos deslocamentos e rotações da extremidade do tabuleiro e os deslocamentos do apoio que se pretende alcançar.

No caso em estudo, foram adoptados quatro destes elementos, um par por cada tabuleiro de avanço. Segundo Rayall, M. J. *et al* (2000), o comprimento recomendado para cada um destes elementos será de aproximadamente 60% do vão a ultrapassar. Com vãos de seis metros e de forma a simplificar o cálculo computacional, optou-se por narizes de sublançamento com comprimento de três metros.

Analisando em mais detalhe os deslocamentos e rotações na extremidade do tabuleiro em cada fase par, ou seja, em que a extremidade deste esteja entre apoios, obteve-se o Quadro 6.2.

Quadro 6.2 – Deslocamento e rotações da extremidade do tabuleiro e deslocamentos do apoio seguinte

$\delta$ ext. Tabuleiro (m)	$\delta$ apoio seguinte (m)	$\Delta\delta$ (m)	$\theta$ (rad)	$\Delta\delta - \theta xL$ (m)
0.0375	0.0913	0.0538	-0.00244	0.04648
-0.0095	0.0783	0.0878	0.00286	0.09638
-0.0344	0.0723	0.1067	0.0001	<b>0.107</b>
-0.0336	0.0849	0.1185	-0.00495	0.10365
-0.0065	0.1224	0.1289	-0.01002	0.09884
0.0515	0.1912	0.1397	-0.01488	0.09506
0.141	0.288	0.147	-0.01933	0.08901
0.2588	0.4117	0.1529	-0.02316	0.08342
0.399	0.5549	0.1559	-0.02619	0.07733
0.5537	0.7097	<b>0.156</b>	-0.02829	0.07113
0.7132	0.8664	0.1532	-0.02938	0.06506
0.8676	1.0149	0.1473	-0.02938	0.05916
1.0063	1.1464	0.1401	-0.02829	0.05523
1.1192	1.244	0.1248	-0.02611	0.04647
1.1965	1.306	0.1095	-0.02286	0.04092
1.2291	1.3205	0.0914	-0.01859	0.03563
1.2087	1.2794	0.0707	-0.01334	0.03068
1.1277	1.1756	0.0479	-0.00719	0.02633
0.9796	1.0024	0.0228	-0.00022	0.02214

Se a análise se limitar à comparação dos deslocamentos em relação à mesma linha de nível, a diferença máxima é de 0.156m. No entanto, pode ter-se em conta a rotação da extremidade do tabuleiro a cada instante, ou seja, a sua orientação e em que direcção este avançará. Numa segunda análise, considerando o movimento constante na direcção  $\theta$  ao longo dos 3m seguintes, o valor máximo da discrepância entre deslocamentos baixa para 0.107m.

Deste modo, os narizes de lançamento terão um perfil em alçado trapezoidal com uma inclinação de cerca de 4% na pendente inferior. Os perfis poderão ser construídos a partir de elementos metálicos semelhantes às vigas longitudinais do tabuleiro (Figura 6.28).

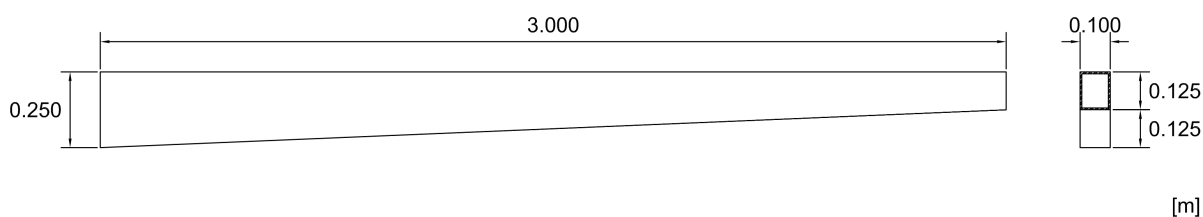


Fig. 6.28 – Nariz de sublançamento

Estes elementos deverão estar ligados às vigas longitudinais, por meio de placas metálicas, idealmente munidas de orifícios, de tal modo que permitam fixar as duas metades do tabuleiro na aproximação final (Figura 6.29).

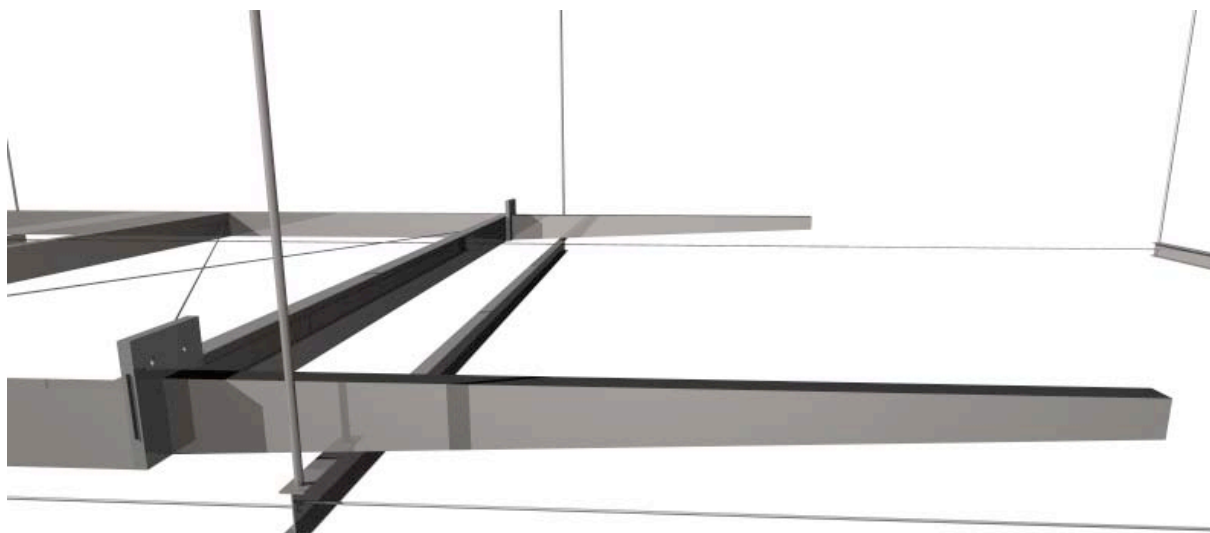


Fig. 6.29 – Posição dos narizes de sublançamento relativamente às vigas longitudinais

#### 6.6.2. DETALHES ESTRUTURAIS

Dadas as várias singularidades do processo construtivo, soluções únicas tiveram que ser idealizadas para tornar a aplicação do método dos deslocamentos sucessivos neste tipo de estruturas possível.

Os mais relevantes desses detalhes são a forma como se ligam pendurais, vigas temporárias e tabuleiro, e o modo como se realiza a aproximação final, no centro do vão, das duas metades do tabuleiro e como estas se ligam de modo eficiente.

##### 6.6.2.1. Ligação: pendurais – vigas temporárias - tabuleiro

Como já foi referido anteriormente, as vigas temporárias são os elementos que transmitem os esforços aos pendurais até bem perto do final do processo construtivo. A partir desse momento os esforços terão que passar directamente do tabuleiro para os pendurais, dado que as vigas temporárias serão retiradas. A solução encontrada para a realização deste passo facilmente é a apresentada na Figura 6.30.

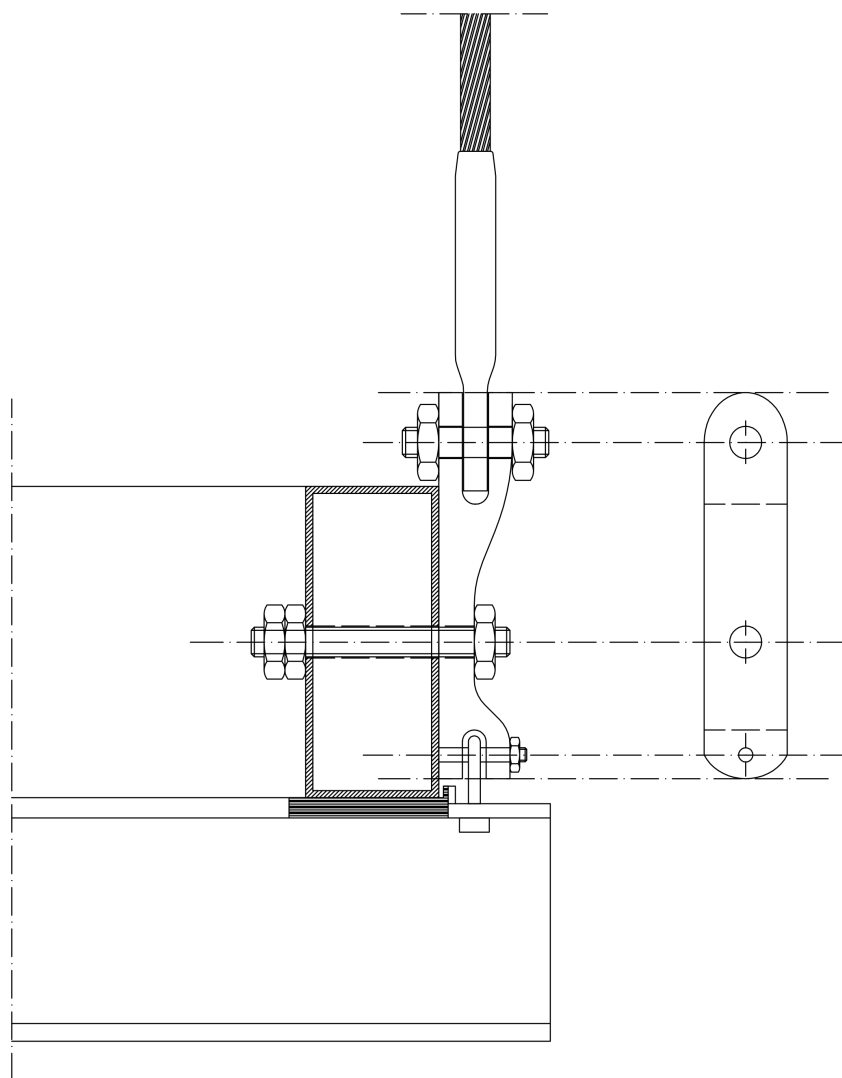


Fig. 6.30 – Detalhe construtivo da ligação pendural – viga temporária – tabuleiro, corte transversal do tabuleiro

Na solução encontrada é empregue uma peça metálica dotada de três orifícios. O orifício superior servirá para ligar o respectivo pendural. No início do processo construtivo a ligação será feita apenas com a viga temporária, sendo que o parafuso que conecta ao tabuleiro será apenas inserido aquando da retirada das vigas temporárias. A partir desse momento, a transmissão de esforços acontece directamente pelo tabuleiro.

É possível observar na Figura 6.30 detalhes como a lâmina de *neo-flon* e a guia to tabuleiro.

O detalhe da ligação foi propositadamente deixando sem dimensões, dado que a peça metálica que executa a modificação da origem dos esforços não foi devidamente dimensionada.

#### 6.6.2.2. Ligação: narizes de sublançamento – vigas longitudinais do tabuleiro

Várias soluções foram discutidas para o processo de aproximação final das metades do tabuleiro. Numa das expostas, considerou-se que os tabuleiros se encontrariam a meio vão, onde não existiria

viga temporária, e estes estariam munidos de placas metálicas que permitissem a ligação deste dois elementos por meio de parafusos

O problema existente é a presença dos narizes de sublançamento numa altura tão crítica como esta, em que o acesso por operários ao tabuleiro é extremamente difícil. Para facilitar os trabalhos a realizar pelos operários, imaginou-se a solução que consta nas Figuras 6.31 e 6.32.



Fig. 6.31 – Detalhe construtivo da ligação nariz de sublançamento – viga longitudinal do tabuleiro

Nesta solução, uma placa metálica adicional foi inserida, ligada à já anteriormente prevista, por meio de dobradiças. Para que a ligação seja suficientemente forte para dar conta dos esforços esperados para a fase construtiva, deverá ser devidamente calculada uma ligação aparafusada.

Deste modo, o operário apenas terá que desfazer a ligação entre as duas placas e rodar o nariz para uma posição em que permita a aproximação e a ligação dos dois tabuleiros. De seguida bastará que este aparafuse ambas as metades do tabuleiro para criar uma estrutura rígida.



Fig. 6.32 – Detalhe construtivo da ligação nariz de sublançamento – viga longitudinal do tabuleiro

# 7

## CONCLUSÕES E DESENVOLVIMENTOS FUTUROS

### 7.1. CONCLUSÕES

Apresentou-se, nesta dissertação, um conceito da adaptação do método construtivo por deslocamentos sucessivos a pontes pedonais suspensas.

O conceito do processo construtivo apresentado foi desenvolvido “de raiz”, com base nos métodos construtivos por deslocamentos sucessivos existentes para outros tipos de pontes, com o objectivo de “importar” a economia, rapidez e eficiência características deste método para o âmbito das pontes pedonais de suspensão.

O método de análise estrutural foi desenvolvido recorrendo à discretização da sequência construtiva, mais concretamente a construção do tabuleiro, em etapas faseadas. Esta discretização conduziu a um conhecimento refinado do comportamento estático global, quer dos esforços instalados, quer da geometria revelada durante a evolução do processo construtivo.

No decorrer do desenvolvimento da análise faseada identificaram-se esforços e deslocamentos com alguma importância face aos estimados para estado limite último para os quais os elementos estruturais foram dimensionados. Ambas as situações se verificam para a segunda etapa da construção do tabuleiro, na qual são colocadas na posição de projecto os segmentos que constituem a laje de betão. A causa mais provável de tais grandezas será o elevado peso próprio imposto para estes elementos. Os momentos flectores previstos para as vigas longitudinais do tabuleiro aproximam-se de duas a três vezes o valor estimado para o estado limite último, obrigando a um sobredimensionamento de tal secção transversal para permitir a aplicação do método de construção.

Embora condicionada pelo eventual sobredimensionamento de elementos estruturais, a aplicação de tal sequência construtiva afigura-se estaticamente exequível.

Salienta-se a indispensabilidade de uma análise dinâmica quanto à acção do vento, quer para a fase de dimensionamento, quer para um modelo de análise faseado do processo construtivo, dado que tal estudo foi negligenciado ou indevidamente elaborado. A identificação de anomalias deverá ser realizada através do estudo aerodinâmico de modelos reduzidos da estrutura em túnel de vento.

## **7.2. DESENVOLVIMENTOS FUTUROS**

Apresentam-se de seguida algumas sugestões de especial interesse para eventuais desenvolvimentos futuros no domínio de aplicação em que se enquadra o presente trabalho:

- Realização de estudos de sensibilidade para várias relações de pesos próprios entre as vigas metálicas e os segmentos de laje do tabuleiro;
- Avaliação da possibilidade de aplicação do método construtivo por deslocamentos sucessivos com a introdução do tabuleiro completo, numa só etapa;
- Avaliação dos efeitos estruturais sentidos para a variação térmica ao longo da sequência de construção do tabuleiro;
- Estudo do comportamento dinâmico, nomeadamente devido à solicitação do vento, numa análise faseada do processo construtivo.



## BIBLIOGRAFIA

- Bachmann, H. *et al* (1995). *Vibration problems in structures: Practical guidelines*. Birkhäuser, Basel.
- Botelho, José. (2008). *Utilização de cabos em pontes: Estudos paramétricos*. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto.
- Bridon International (2008). *Structural Systems*. <http://www.bridon.com/live/brochures/Structures.pdf>. 1/5/09 Bridon International, Doncaster.
- CEN, (2002). *Eurocode – Basis of structural design. BS EN 1990:2002 (E)*. CEN, Brussels.
- CEN (2003a). *Eurocode 1: Actions on structures . Part 1-5: General actions – Thermal actions. EN 1991-1-5*. CEN, Brussels.
- CEN (2003b). *Eurocode 1: Actions on structures – Part 2: Traffic loads on bridges. EN 1991-1-2*. CEN, Brussels.
- CEN (2003c). *Eurocode 3: Design of steel structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings. prEN 1993-1-1*. CEN, Brussels.
- CEN (2003d). *Eurocode 3: Design of steel structures – Part 1-11: Design of structures with tension components. prEN 1993-1-11:20xx*. CEN, Brussels.
- CEN (2003e). *Eurocode 3: Design of steel structures – Part 2: Steel Bridges. prEN 1993-2:2003*. CEN, Brussels.
- CEN, (2005). *Eurocode – Basis of structural design. BS EN 1990:2002 (E) Annex A1*. CEN, Brussels.
- Cunha, A., Caetano, E. *et al* (2008). *Vibrações em Pontes Pedonais – Recomendações Técnicas de Projecto*. Hivoss, Porto.
- Dallard, P. *et al* (2001). *The Lodom Millennium Bridge*. The Structural Engineer, Volume 79/No 22, 20 de Novembro de 2001, London.
- Gimsing, Niels J. (1997). *Cable supported bridges – Concept and design*. John Wilwy & Sons, Lyngby.
- Irvine, H. Max (1974). *Studies in statics and dynamics of simple cable systems*. Califórnia Institute of Technology, Pasadena.
- Irvine, H. Max (1981). *Cable structures*. MIT Press, Cambridge,
- Krenk, S. (2001). *Mechanics and analysis of beams, columns and cables*. Springer,
- Lapa, J. A. M. (1987). *Análise Dinâmica linear e não-linear de estruturas*. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto.
- Lewis, W. J. (2003). *Tension structures – Form and behaviour*. Thomas Telford, London.
- Melchor Blanco, C., Bouillard, Ph. (2005). *Structural dynamic design of a footbridge under pedestrian loading*. 9th SAMTECH Users Conference 2005, Brussels.
- Okukawa, A. *et al* (2000). 18 Suspension Bridges. In *Bridge engineering handbook*. Wai-Fah Chen, Lian Duan; Boca Raton, London, New York, Whashington D. C..
- Oliveira Negrão, J. H. J. (1987). *Análise elasto-viscoplástica e geometricamente não-linear de estruturas tipo casca com elementos de Semiloof*, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto.
- Rayall, M. J. *et al* (2000). *The manual of bridge engineering*. Thomas Telford, London

Ribeiro, Edgar (2008). *Projecto de uma ponte pedonal entre o Porto e Gaia*. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto.

Rosignoli, M. (2002). *Bridge launching*. Thomas Telford, London.

Rosignoli, M., Rosignoli, C. (2008). *Incremental launching of bridges in Europe*. HNTB Corporation, Kansas City.

Strasky, Jiri (2005). *Stress Ribbon and cable-supported pedestrian bridges*. Thomas Telford, London.

Troyano, L. F. (2003). *Bridge engineering*. Thomas Telford, London.

Wenham, N. (2006). *Incremental Launching Challenges on Mount Henry Bridge*. 6th AUSTROADS Bridge Conference, Austrália.

Wriggers, Peter (2008). *Non linear finite element methods*. Springer, Berlin.

[ftp://ftp.wsdot.wa.gov/public/Bridge/WBES2007/assets/tuesday/8B/Marco\\_Rosignoli\\_8B.pdf](ftp://ftp.wsdot.wa.gov/public/Bridge/WBES2007/assets/tuesday/8B/Marco_Rosignoli_8B.pdf), 16/6/09

[http://en.wikipedia.org/wiki/Suspension\\_bridge#Suspension\\_cable\\_types](http://en.wikipedia.org/wiki/Suspension_bridge#Suspension_cable_types), 19/5/09

<http://www.2dcurves.com/exponential/exponentialhc.html>, 18/4/09.

<http://www.bridon.com/live/brochures/Structures.pdf> , 1/5/09.

[http://www.ice.org.uk/images/ice\\_image\\_gallery/photo015.gif](http://www.ice.org.uk/images/ice_image_gallery/photo015.gif) ,16/6/09.

<http://www.niagarafrontier.com/bridges.html>, 19/5/09

# **ANEXOS**

**ANEXO 1 - Comparação Da Catenária Elástica Com A Parábola Elástica**

**ANEXO 2 - Resultados da Análise Dinâmica**

**ANEXO 3 - Resultados Da Análise Do Processo Construtivo**



# **ANEXO 1**

## **COMPARAÇÃO ENTRE A CATENÁRIA ELÁSTICA E A PARÁBOLA ELÁSTICA**



## Comparação Catenária Elástica vs Parábola Elástica

### Dados Iniciais:

#### • Estrutura

Comprimento do vão (m)	L	240
Desnível entre apoios (m)	hA-B	0
Extensão inicial imposta ao cabo (m)	e0	-0.0282

#### • Cabo

Massa volumica (kn/m^3)	ρ	7850
Diametro (m)	φ	0.1
Modulo de Young (kPa)	E	195000000

### Análise geral

Comprimento da corda (m)	l	240.000
Comprimento do cabo não esticado (m)	l0	246.768
Área da secção transversal (m^2)	A0	0.0079
Angulo entre a corda e a horizontal (deg)	α	0.00
Massa por unidade de comprimento (kg/m)	m	61.654
Carga por unidade de comprimento (kN/m)	q	0.605
Carga total do cabo (kN)	W	149.251
Inércia (m^4)	I	0.0000049

### Catenária Elástica

A solução dos parâmetros  $H$  e  $V$  da catenária elástica tem que ser obtidos através da resolução de um sistema de equações não lineares

Eq. (3.47) e (3.48)

$$L = \frac{H}{E A_0} + \frac{H}{W} \left[ \sinh^{-1} \left( \frac{V}{H} \right) - \sinh^{-1} \left( \frac{V-W}{H} \right) \right]$$

$$h_{A-B} = \frac{W}{E A_0} \left( \frac{V}{W} - \frac{1}{2} \right) + \frac{H}{W} \left[ \sqrt{1 + \left( \frac{V}{H} \right)^2} - \sqrt{1 + \left( \frac{V-W}{H} \right)^2} \right]$$

Passando  $L$  e  $hA-B$  para o segundo membro em cada uma das equações, podemos, de forma iterativa, resolve-las em ordem a  $H$  e  $V$

$$(3.47) \quad -5.08035E-07 \approx 0$$

$$(3.48) \quad -6.5E-14 \approx 0$$

Componente horizontal da força (kN)	H	176.79
Componente vertical da força (kN)	V	74.63

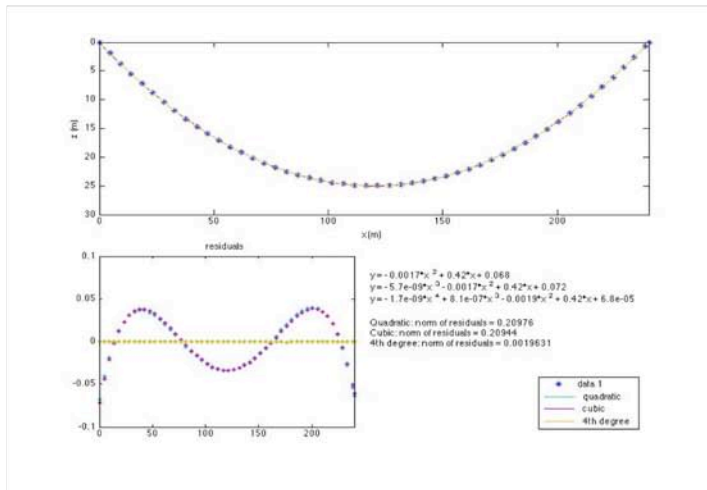
Com os valores de  $H$  e  $V$  é possível obter o valor da força instalada no cabo, TC, para qualquer ponto de coordenada  $s$

	s (m)	T (kN)
Força apoio A TA (kN)	0	291.8
Força ponto de sag max TH (kN)	123.388	176.79
Força apoio B TB (kN)	246.768	191.8

Uma vez que todos os parâmetros estão definidos, vão ser calculadas as coordenadas cartesianas com base nas eq. (3.44) e (3.45)

$$x(s) = \frac{H}{E A_0} s + \frac{H}{W} \left[ \sinh^{-1} \left( \frac{V}{H} \right) - \sinh^{-1} \left( \frac{V - W s}{H} \right) \right]$$

$$z(s) = \frac{W}{E A_0} \left( \frac{V}{W} - \frac{s}{2} \right) + \frac{H}{W} \left[ \sqrt{1 + \left( \frac{V}{H} \right)^2} - \sqrt{1 + \left( \frac{V - W s}{H} \right)^2} \right]$$



s (m)	x(s) [m]	z(s) [m]
0	0.000	0.000
5	4.621	1.911
10	9.270	3.754
15	13.945	5.528
20	18.647	7.231
25	23.374	8.862
30	28.125	10.421
35	32.900	11.906
40	37.698	13.315
45	42.517	14.649
50	47.357	15.905
55	52.217	17.084
60	57.095	18.183
65	61.991	19.203
70	66.902	20.142
75	71.829	21.000
80	76.769	21.775
85	81.721	22.468
90	86.684	23.077
95	91.657	23.603
100	96.638	24.044
105	101.626	24.400
110	106.619	24.671
115	111.616	24.857
120	116.616	24.958
125	121.616	24.973
130	126.616	24.903
135	131.614	24.747
140	136.609	24.506
145	141.599	24.179
150	146.582	23.768
155	151.558	23.273
160	156.525	22.693
165	161.481	22.030
170	166.426	21.283
175	171.357	20.455
180	176.274	19.544
185	181.176	18.553
190	186.060	17.482
195	190.926	16.331
200	195.774	15.102
205	200.600	13.796
210	205.406	12.413
215	210.189	10.954
220	214.949	9.422
225	219.685	7.816
230	224.395	6.138
235	229.080	4.389
240	233.738	2.571
245	238.369	0.683
246.768	240.000	0.000

Calculo da máxima flecha

ratio f/L aproximado	f/L ap	0.104054716
coordenada s de flecha máxima (m)	s <sub>r</sub>	123.384
coordenada x de flecha máxima (m)	x <sub>r</sub>	120.000
flecha máxima (m)	f	24.978
ratio f/L	f/L	0.104
		0.083333333 0.125

### Parábola Elástica

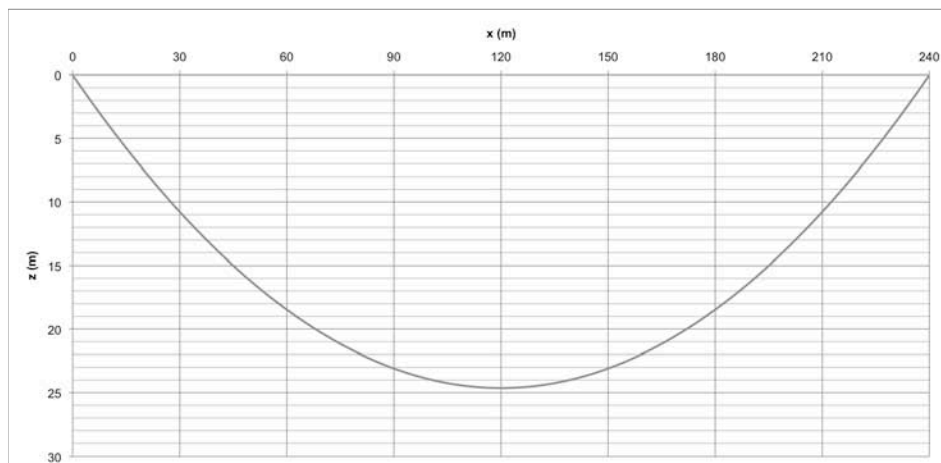
Tendo em conta a eq. (3.60):

$$z(x) = \frac{1}{2} \frac{m g}{H} \sec \alpha \cdot x(L-x) \left[ 1 + \frac{\beta}{6} \left( 1 - \frac{2x}{L} \right) \right] + \frac{h_{A-B}}{L} x$$

em que:

$$\beta = \frac{m g L \sin \alpha}{H}$$

Parametro β	β	0.000	no cálculo de β e de z(x) a força H utilizada foi a calculada para a equação da catenária
Angulo entre a corda e a horizontal (rad)	θ	0	



x [m]	z(x) [m]
0	0.000
3	1.216
6	2.402
9	3.556
12	4.680
15	5.773
18	6.836
21	7.867
24	8.868
27	9.838
30	10.777
33	11.685
36	12.563
39	13.409
42	14.225
45	15.011
48	15.765
51	16.488
54	17.181
57	17.843
60	18.475
63	19.075
66	19.645
69	20.183
72	20.691
75	21.169
78	21.615
81	22.031
84	22.416
87	22.770
90	23.093
93	23.386
96	23.647
99	23.878
102	24.078
105	24.248
108	24.386
111	24.494
114	24.571
117	24.617
120	24.633
123	24.617
126	24.571
129	24.494
132	24.386
135	24.248
138	24.078
141	23.878
144	23.647
147	23.386
150	23.093
153	22.770
156	22.416
159	22.031
162	21.615
165	21.169
168	20.691
171	20.183
174	19.645
177	19.075
180	18.475
183	17.843
186	17.181
189	16.488
192	15.765
195	15.011
198	14.225
201	13.409
204	12.563
207	11.685
210	10.777
213	9.838
216	8.868
219	7.867
222	6.836
225	5.773
228	4.680
231	3.556
234	2.402
237	1.216
240	0.000

Calculo da máxima flecha

(1) Pela eq. (4.56)

flecha máxima (m)	f	24.633
ratio f/L	f/L	0.103

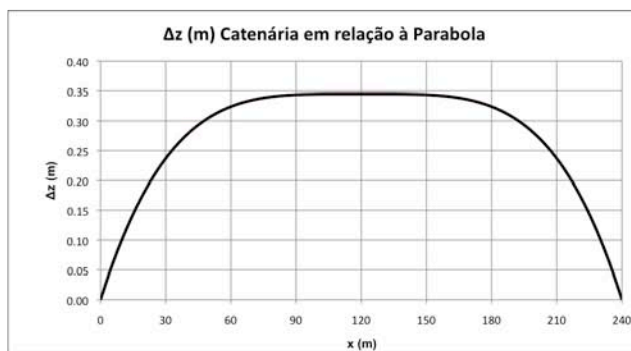
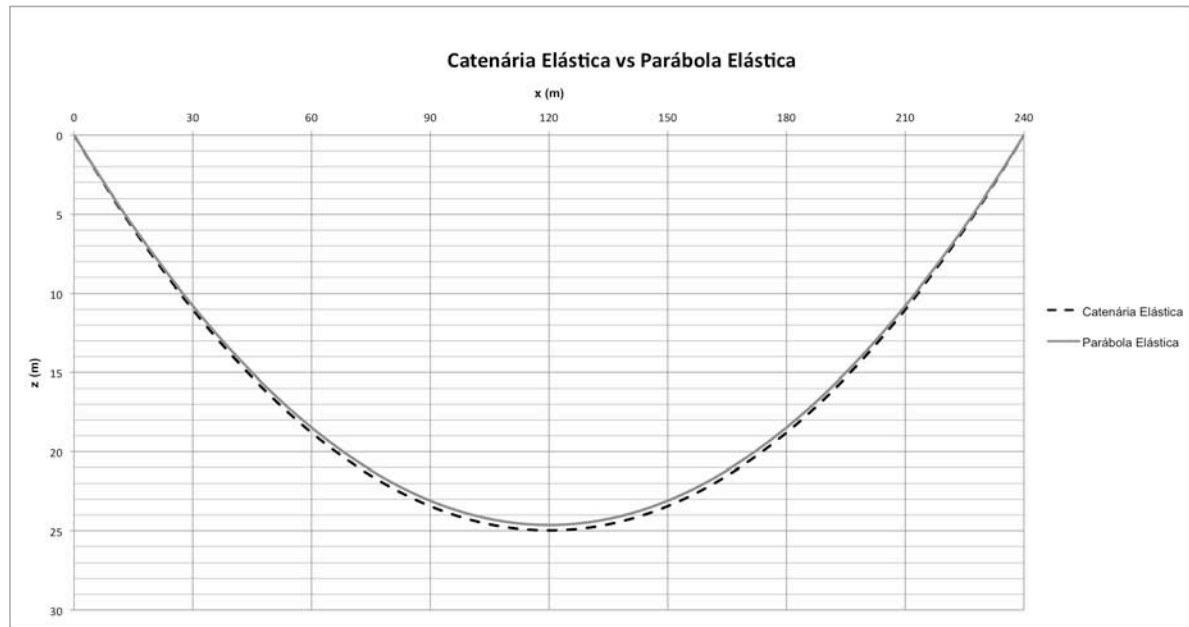
(2) Pela maximização da função z(x)-x.h/L

flecha máxima (m)	f	24.633
coordenada x da flecha máxima (m)	x <sub>r</sub>	120.000
ratio f/L	f/L	0.103

(1) f max Pela eq. (4.56)	24.633
(2) f max Pela maximização da função z(x)-x.h/L	24.633
Δz (m)	0.000
Δz (%)	0.00



Comparação Catenária Elástica vs Parábola Elástica



x [m]	Catenária zC(x)	Parábola zP(x)	$\Delta z$ (m)	$\Delta z$ (%)
0	0.000	0.000	0.000	0.00
4.621	1.911	1.861	0.050	2.64
9.270	3.754	3.659	0.095	2.54
13.945	5.528	5.392	0.135	2.45
18.647	7.231	7.061	0.170	2.35
23.374	8.862	8.661	0.201	2.27
28.125	10.421	10.193	0.227	2.18
32.900	11.906	11.655	0.250	2.10
37.698	13.315	13.046	0.270	2.02
42.517	14.649	14.363	0.286	1.95
47.357	15.905	15.606	0.299	1.88
52.217	17.084	16.773	0.311	1.82
57.095	18.183	17.864	0.320	1.76
61.991	19.203	18.876	0.327	1.70
66.902	20.142	19.810	0.332	1.65
71.829	21.000	20.663	0.336	1.60
76.769	21.775	21.436	0.340	1.56
81.721	22.468	22.126	0.342	1.52
86.684	23.077	22.734	0.343	1.49
91.657	23.603	23.259	0.344	1.46
96.638	24.044	23.699	0.345	1.43
101.626	24.400	24.055	0.345	1.41
106.619	24.671	24.326	0.345	1.40
111.616	24.857	24.512	0.345	1.39
116.616	24.958	24.613	0.345	1.38
121.616	24.973	24.628	0.345	1.38
126.616	24.903	24.558	0.345	1.39
131.614	24.747	24.402	0.345	1.39
136.609	24.506	24.161	0.345	1.41
141.599	24.179	23.835	0.345	1.43
146.582	23.768	23.424	0.344	1.45
151.558	23.273	22.929	0.344	1.48
156.525	22.693	22.351	0.342	1.51
161.481	22.030	21.689	0.340	1.55
166.426	21.283	20.946	0.338	1.59
171.357	20.455	20.121	0.334	1.63
176.274	19.544	19.216	0.329	1.68
181.176	18.553	18.231	0.322	1.74
186.060	17.482	17.168	0.314	1.80
190.926	16.331	16.027	0.304	1.86
195.774	15.102	14.811	0.291	1.93
200.600	13.796	13.520	0.276	2.00
205.406	12.413	12.155	0.257	2.07
210.189	10.954	10.718	0.236	2.15
214.949	9.422	9.211	0.211	2.24
219.685	7.816	7.634	0.182	2.32
224.395	6.138	5.990	0.148	2.41
229.080	4.389	4.279	0.110	2.51
233.738	2.571	2.504	0.067	2.61
238.369	0.683	0.665	0.018	2.71
240	0.000	0	0.000	0.00
	MAX		0.345	2.706

**Comparação paramétrica**

	Catenária elástica	Parábola elástica	$\Delta$	$\Delta$ (%)
Máxima flecha (m) f	24.978	24.633	0.345	1.38
Rácio f/L	0.104	0.103	0.001	1.38
Máxima variação vertical de geometria $\Delta z$ (m)	0.345			
Máxima variação vertical de geometria $\Delta z$ (%)	2.706	tenderá para 100% quanto mais proximo de encontrar do apoio		

# **ANEXO 2**

## **RESULTADOS DA ANÁLISE DINÂMICA**

- Combinação permanente
- Classe de tráfego TC2
- Classe de tráfego TC4



## Lista de frequências respectivas à combinação permanente

Modo	Período	Frequência	Tipo do modo
1	4.748048	0.21061	Modo V1
2	3.386191	0.29532	Modo V2
3	2.949572	0.33903	Modo L
4	2.479185	0.40336	Modo V1
5	2.391412	0.41816	Modo T
6	2.382345	0.41975	Cabos
7	2.3267	0.42979	Cabos
8	2.314432	0.43207	Cabos
9	2.10132	0.47589	Modo L
10	2.051861	0.48736	Modo V2
11	1.830337	0.54635	Modo T
12	1.754344	0.57001	Modo V2
13	1.61542	0.61903	Modo V1
14	1.538445	0.65001	Modo T
15	1.356947	0.73695	Modo V2
16	1.301727	0.76821	Cabos
17	1.273176	0.78544	Cabos
18	1.244257	0.80369	Cabos
19	1.23762	0.808	Cabos
20	1.208226	0.82766	Modo T
21	1.173943	0.85183	Modo V1
22	1.022353	0.97814	Modo V2
23	0.96125	1.0403	Modo T
24	0.941582	1.062	Modo L
25	0.915149	1.0927	Cabos
26	0.909456	1.0996	Cabos
27	0.901907	1.1088	Modo V1
28	0.852622	1.1729	Cabos
29	0.849227	1.1775	Cabos
30	0.805218	1.2419	Modo T
31	0.80092	1.2486	Modo V2
32	0.716675	1.3953	Modo V1
33	0.708797	1.4108	Cabos
34	0.708156	1.4121	Cabos
35	0.689878	1.4495	Modo T
36	0.654004	1.529	Cabos
37	0.653837	1.5294	Cabos
38	0.644547	1.5515	Modo V2
39	0.604962	1.653	Modo T
40	0.58278	1.7159	Modo V1
41	0.576791	1.7337	Cabos

Modo	Período	Frequência	Tipo do modo
42	0.576412	1.7349	Cabos
43	0.538095	1.8584	Modo T
44	0.533062	1.876	Modo V2
45	0.533061	1.876	Cabos
46	0.529106	1.89	Cabos
47	0.491954	2.0327	Modo L
48	0.485327	2.0605	Modo T
49	0.485273	2.0607	Modo V1
50	0.482763	2.0714	Cabos
51	0.482451	2.0728	Cabos
52	0.452605	2.2094	Cabos
53	0.45259	2.2095	Cabos
54	0.44195	2.2627	Modo T
55	0.441536	2.2648	Modo V2
56	0.420604	2.3775	Cabos
57	0.420524	2.378	Cabos
58	0.406329	2.4611	Modo T
59	0.405707	2.4648	Modo V1
60	0.396322	2.5232	Cabos
61	0.39631	2.5233	Cabos
62	0.376235	2.6579	Modo T
63	0.374195	2.6724	Modo V2
64	0.373834	2.675	Cabos
65	0.373821	2.6751	Cabos
66	0.355778	2.8107	Cabos
67	0.355768	2.8108	Cabos
68	0.350971	2.8492	Modo T
69	0.346649	2.8848	Modo V1
70	0.339423	2.9462	Cabos

## Lista de frequências respectivas à classe de tráfego TC2

Modo	Período	Frequência	Tipo do modo
1	4.729981	0.21142	Modo V1
2	3.373881	0.29639	Modo V2
3	2.945453	0.33951	Modo L
4	2.470301	0.40481	Modo V1
5	2.38909	0.41857	Modo T
6	2.372898	0.42143	Cabos
7	2.317717	0.43146	Cabos
8	2.305373	0.43377	Cabos
9	2.095192	0.47728	Modo L
10	2.046226	0.4887	Modo V2
11	1.82936	0.54664	Modo S
12	1.752121	0.57074	Modo V2
13	1.610043	0.6211	Modo V1
14	1.537346	0.65047	Modo T
15	1.352742	0.73924	Modo V2
16	1.296629	0.77123	Cabos
17	1.268249	0.78849	Cabos
18	1.23959	0.80672	Cabos
19	1.232855	0.81113	Cabos
20	1.207168	0.82839	Modo T
21	1.170407	0.8544	Modo V1
22	1.019457	0.98091	Modo V2
23	0.960413	1.0412	Modo T
24	0.941237	1.0624	Modo L
25	0.911594	1.097	Cabos
26	0.905933	1.1038	Cabos
27	0.899493	1.1117	Modo V1
28	0.849362	1.1774	Cabos
29	0.846083	1.1819	Cabos
30	0.8045	1.243	Modo T
31	0.798914	1.2517	Modo V2
32	0.714993	1.3986	Modo V1
33	0.706068	1.4163	Cabos
34	0.705442	1.4176	Cabos
35	0.689257	1.4508	Modo T
36	0.651512	1.5349	Cabos
37	0.651348	1.5353	Cabos
38	0.643135	1.5549	Modo V2
39	0.604405	1.6545	Modo T
40	0.581587	1.7194	Modo V1
41	0.574606	1.7403	Cabos

Modo	Período	Frequência	Tipo do modo
42	0.574209	1.7415	Cabos
43	0.53759	1.8602	Modo T
44	0.531035	1.8831	Cabos
45	0.531034	1.8831	Cabos
46	0.528094	1.8936	Modo V2
47	0.491485	2.0346	Modo L
48	0.484858	2.0625	Modo T
49	0.483426	2.0686	Cabos
50	0.481584	2.0765	Modo V1
51	0.481335	2.0776	Cabos
52	0.450887	2.2179	Cabos
53	0.450871	2.2179	Cabos
54	0.441511	2.265	Modo T
55	0.440788	2.2687	Modo V2
56	0.419006	2.3866	Cabos
57	0.418928	2.387	Cabos
58	0.405909	2.4636	Modo T
59	0.405054	2.4688	Modo V1
60	0.394819	2.5328	Cabos
61	0.394806	2.5329	Cabos
62	0.37583	2.6608	Modo T
63	0.373617	2.6765	Modo V2
64	0.372416	2.6852	Cabos
65	0.372403	2.6853	Cabos
66	0.354429	2.8214	Cabos
67	0.354419	2.8215	Cabos
68	0.350574	2.8525	Modo T
69	0.346127	2.8891	Modo V1
70	0.338136	2.9574	Cabos



## Lista de frequências respectivas à classe de tráfego TC4

Modo	Período	Frequência	Tipo do modo
1	4.659445	0.21462	Modo V1
2	3.325768	0.30068	Modo V2
3	2.929774	0.34132	Modo L
4	2.435562	0.41058	Modo V1
5	2.379855	0.42019	Modo T
6	2.336234	0.42804	Cabos
7	2.282857	0.43805	Cabos
8	2.270209	0.44049	Cabos
9	2.071018	0.48285	Cabos
10	2.024523	0.49394	Modo V2
11	1.825477	0.5478	Modo T
12	1.742989	0.57373	Modo V2
13	1.588975	0.62934	Modo V1
14	1.532959	0.65233	Modo T
15	1.336235	0.74837	Modo V1
16	1.276842	0.78318	Cabos
17	1.249113	0.80057	Cabos
18	1.221496	0.81867	Cabos
19	1.214353	0.82348	Cabos
20	1.202961	0.83128	Modo T
21	1.156516	0.86467	Modo V1
22	1.008066	0.992	Modo V2
23	0.957086	1.0448	Modo T
24	0.939909	1.0639	Modo L
25	0.897789	1.1138	Cabos
26	0.892253	1.1208	Cabos
27	0.889993	1.1236	Modo V1
28	0.836699	1.1952	Cabos
29	0.833811	1.1993	Cabos
30	0.801645	1.2474	Modo T
31	0.791009	1.2642	Modo V2
32	0.708362	1.4117	Modo V1
33	0.695474	1.4379	Cabos
34	0.694905	1.439	Cabos
35	0.686789	1.4561	Modo T
36	0.641833	1.558	Cabos
37	0.641679	1.5584	Cabos
38	0.637563	1.5685	Modo V2
39	0.602196	1.6606	Modo T
40	0.576873	1.7335	Modo V1
41	0.566129	1.7664	Cabos

Modo	Período	Frequência	Tipo do modo
42	0.565655	1.7679	Cabos
43	0.535588	1.8671	Modo T
44	0.52409	1.9081	Modo V2
45	0.523165	1.9114	Cabos
46	0.523161	1.9115	Cabos
47	0.490401	2.0391	Modo L
48	0.483001	2.0704	Modo T
49	0.478155	2.0914	Modo V1
50	0.476252	2.0997	Cabos
51	0.47504	2.1051	Cabos
52	0.444213	2.2512	Cabos
53	0.444196	2.2513	Cabos
54	0.43977	2.2739	Modo T
55	0.43783	2.284	Modo V2
56	0.412801	2.4225	Cabos
57	0.412729	2.4229	Cabos
58	0.404248	2.4737	Modo T
59	0.402471	2.4846	Modo V1
60	0.388979	2.5708	Cabos
61	0.388966	2.5709	Cabos
62	0.37423	2.6722	Modo T
63	0.371331	2.693	Modo V2
64	0.366907	2.7255	Cabos
65	0.366894	2.7256	Cabos
66	0.34919	2.8638	Cabos
67	0.349179	2.8639	Cabos
68	0.34901	2.8653	Modo T
69	0.344064	2.9064	Modo V1
70	0.333136	3.0018	Cabos

# **ANEXO 3**

## **RESULTADOS DA ANÁLISE DO PROCESSO CONSTRUTIVO**

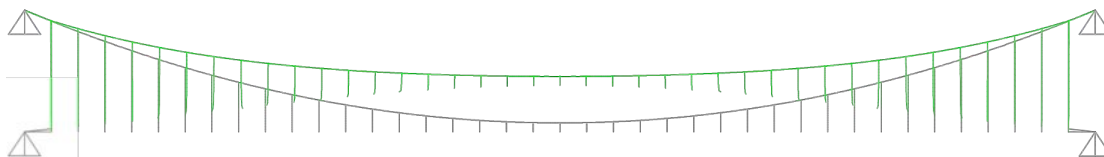
- Geometrias ao longo da introdução do tabuleiro
  - Distorção 10x
  - Sem distorção
- Geometrias ao longo da colocação da laje
  - Distorção 10x
  - Sem distorção
- Deslocamentos máximos do tabuleiro
  - Introdução do tabuleiro
  - Colocação das lajes
- Esforços axiais no cabo principal
  - Introdução do tabuleiro
  - Colocação das lajes



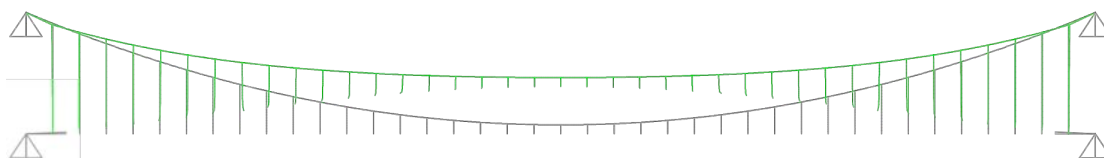
## Geometrias ao longo da introdução do tabuleiro

### DISTORÇÃO 10x

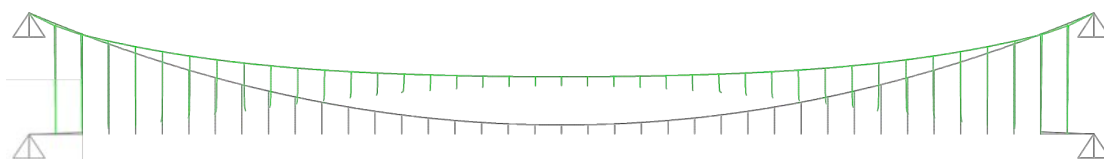
Fase 1



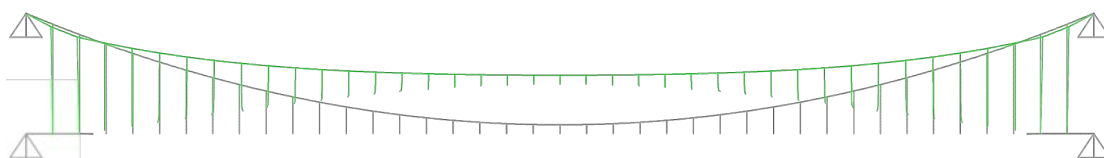
Fase 2



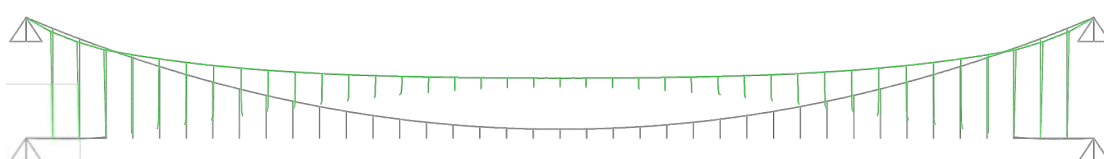
Fase 3



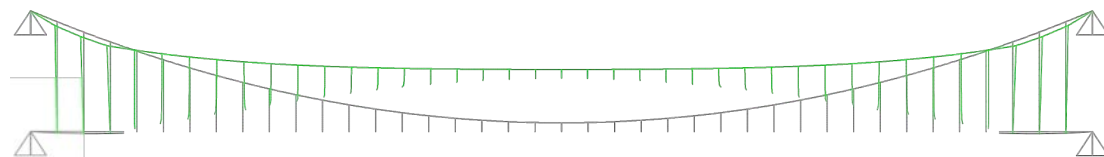
Fase 4



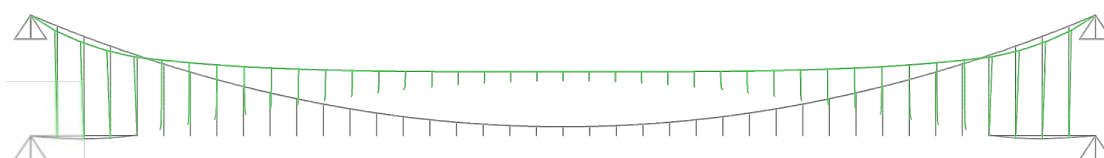
Fase 5



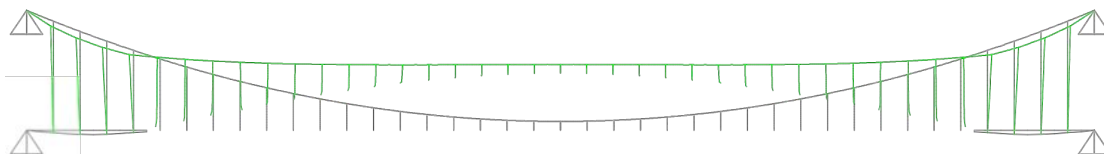
Fase 6



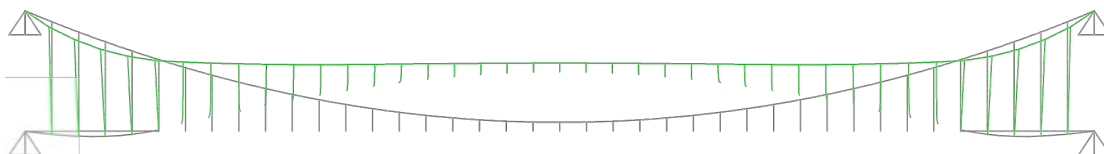
Fase 7



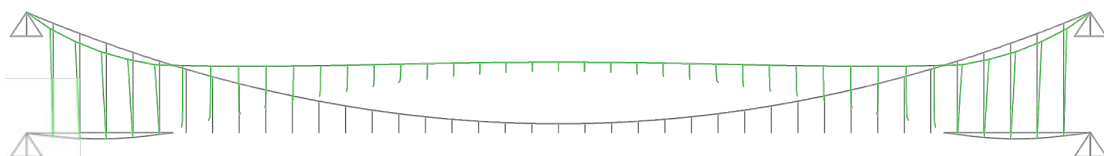
Fase 8



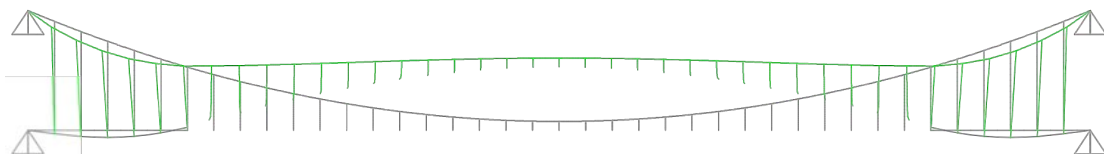
Fase 9



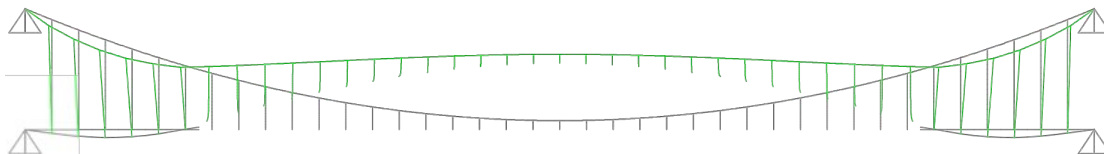
Fase 10



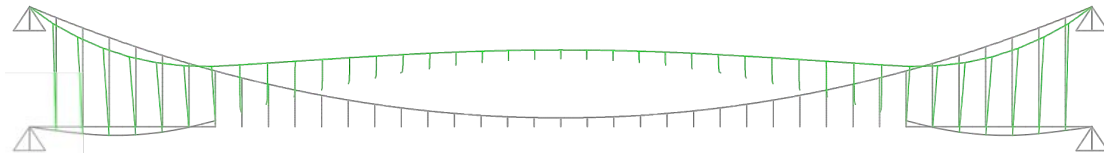
Fase 11



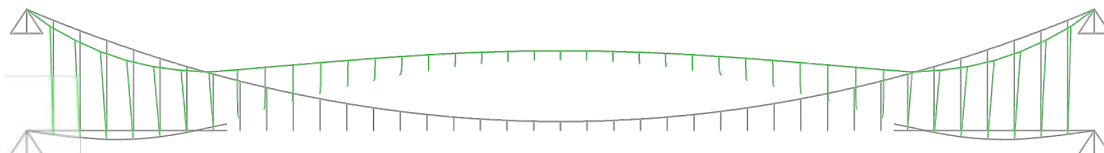
Fase 12



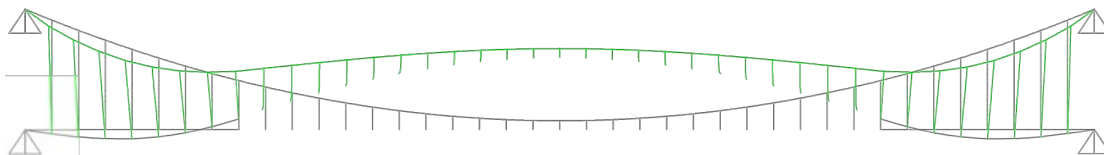
Fase 13



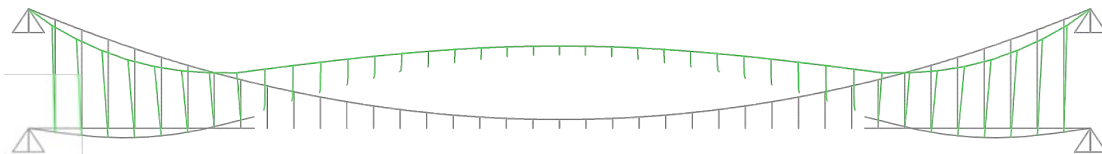
Fase 14



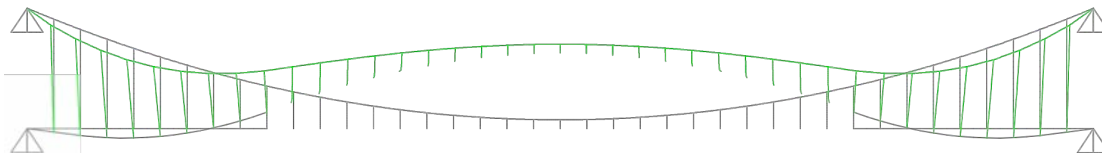
Fase 15



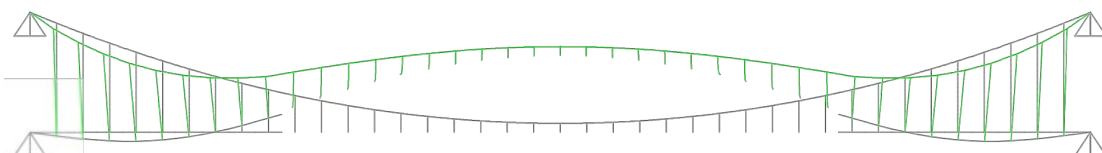
Fase 16



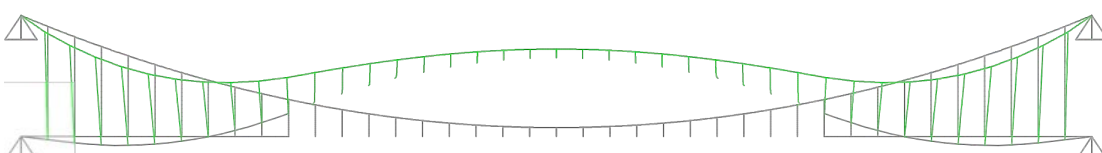
Fase 17



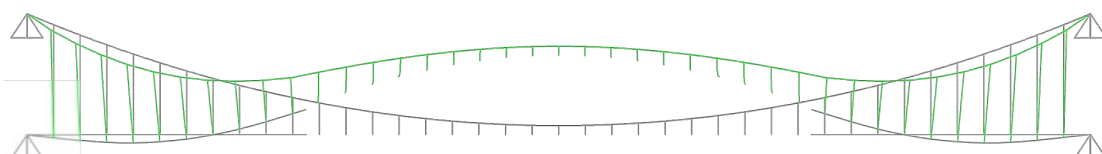
Fase 18



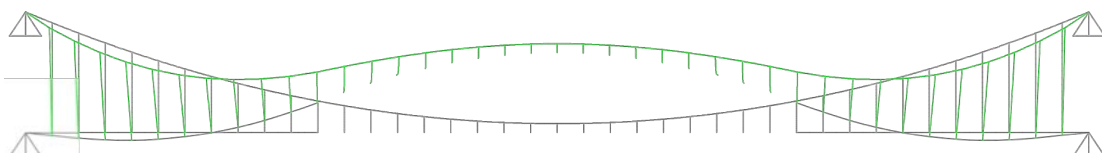
Fase 19



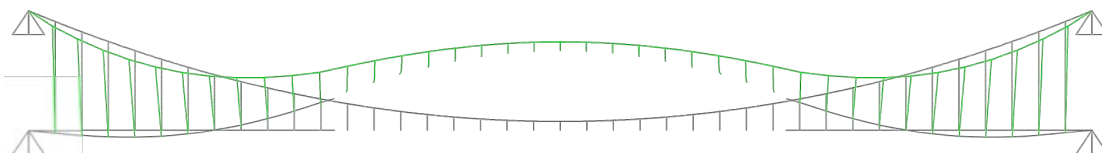
Fase 20



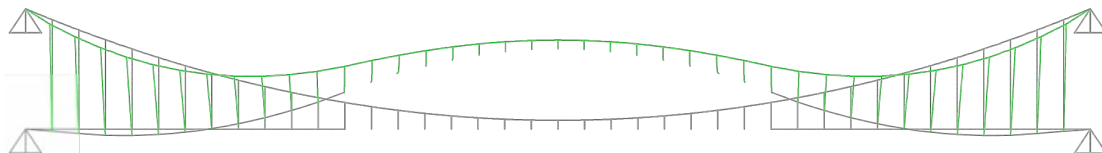
Fase 21



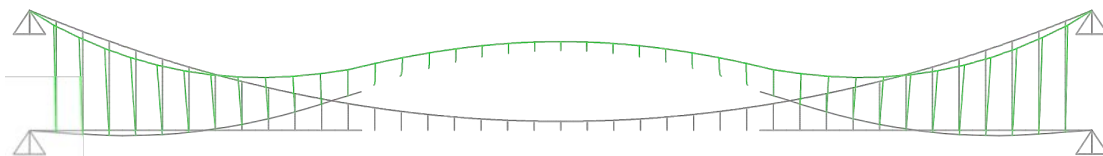
Fase 22



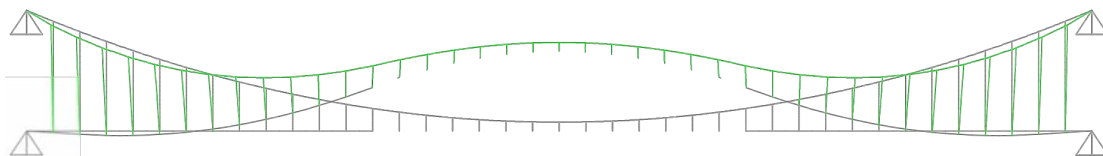
Fase 23



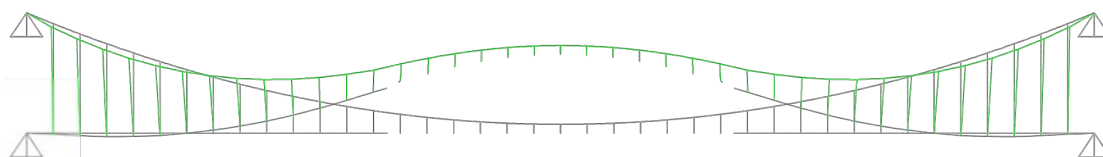
Fase 24



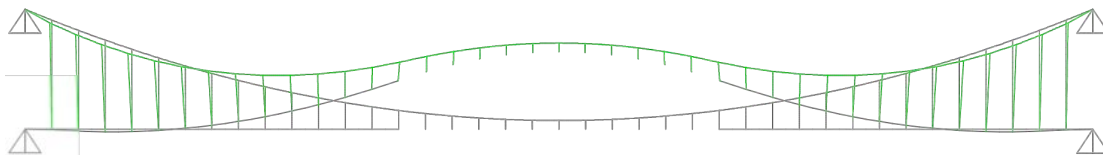
Fase 25



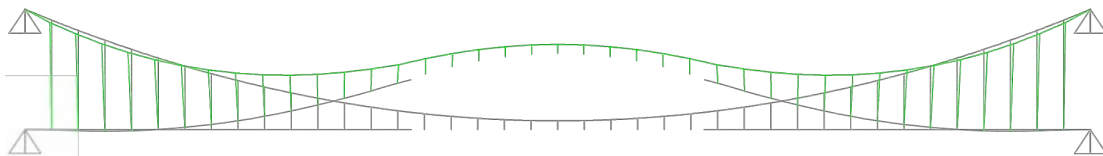
Fase 26



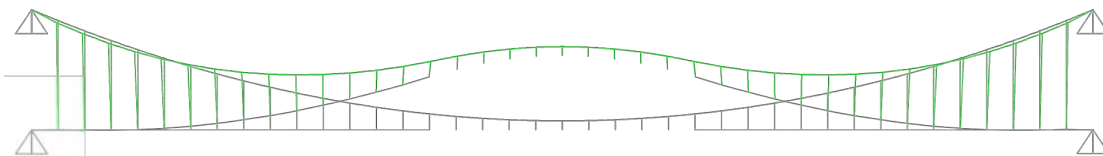
Fase 27



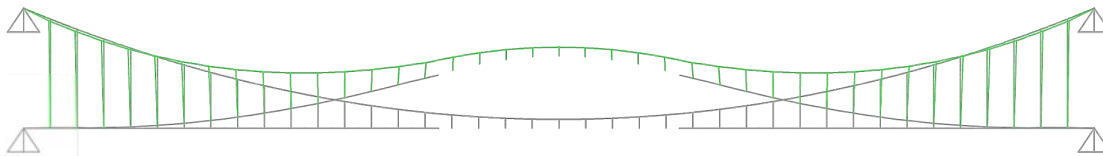
Fase 28



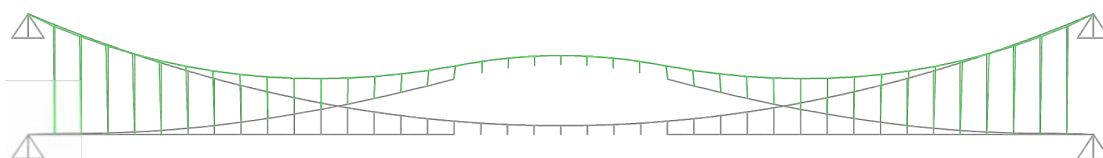
Fase 29



Fase 30

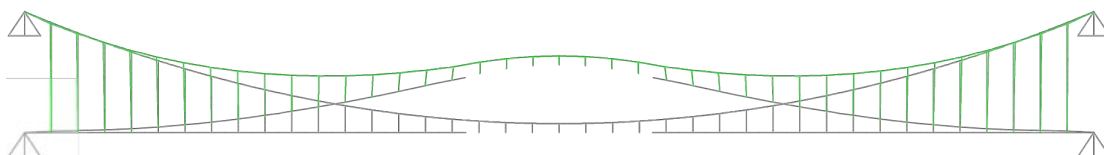


Fase 31

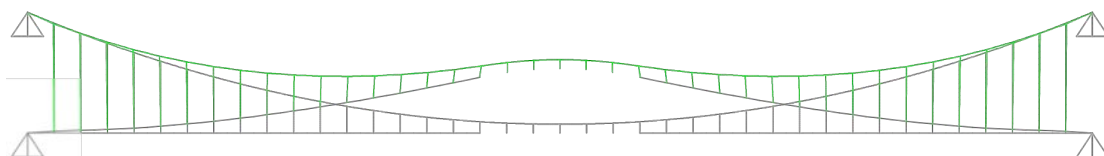




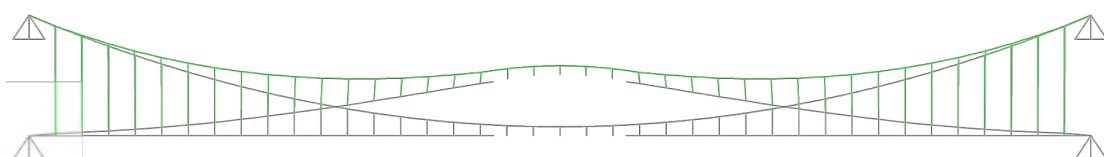
Fase 32



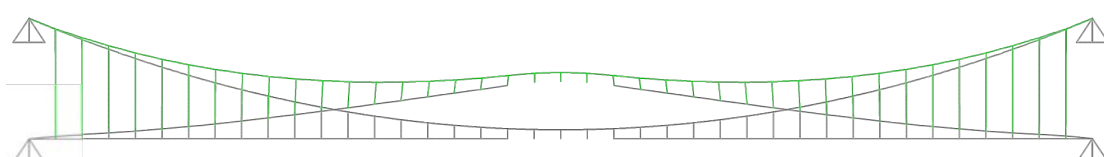
Fase 33



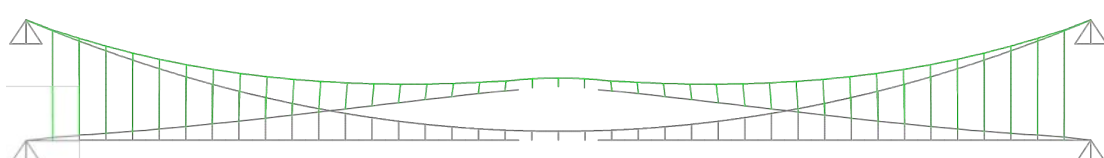
Fase 34



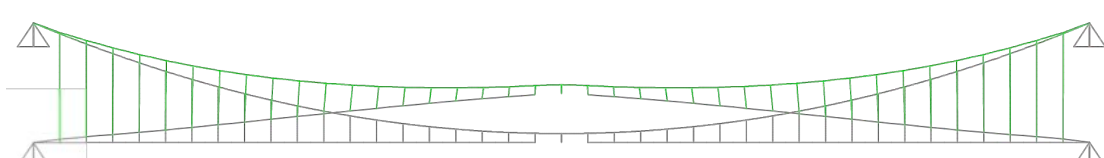
Fase 35



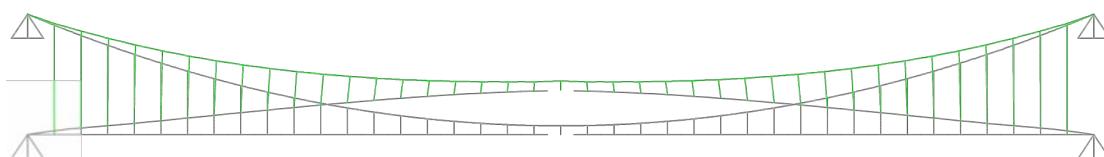
Fase 36



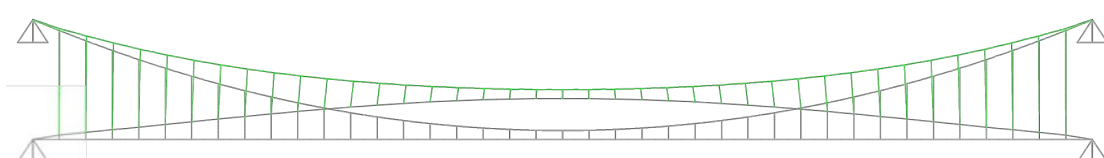
Fase 37



Fase 38



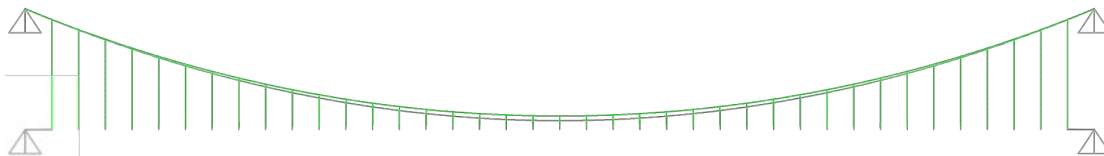
Fase 39



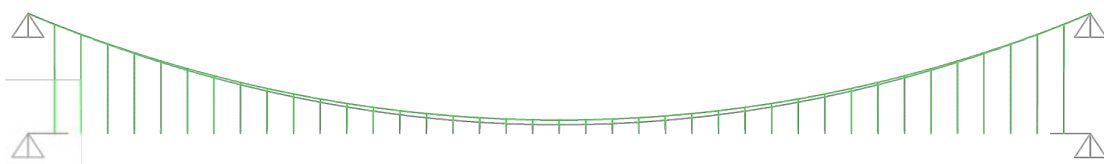
## Geometrias ao longo da introdução do tabuleiro

### SEM DISTORÇÃO

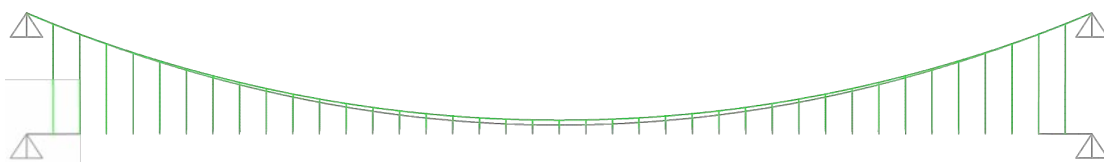
Fase 1



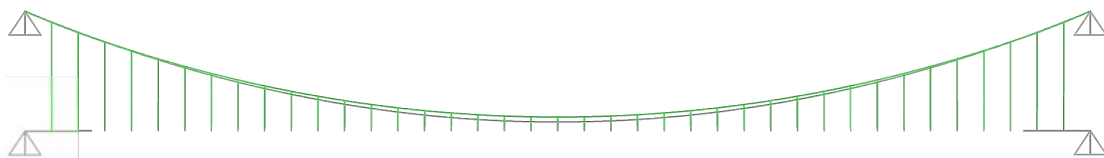
Fase 2



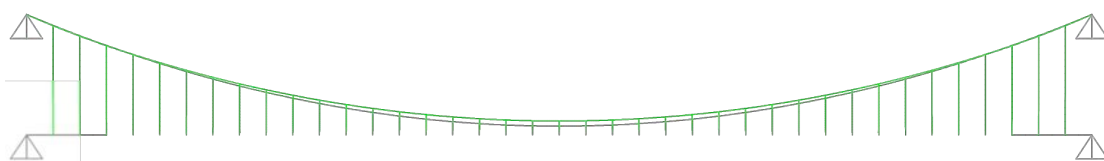
Fase 3



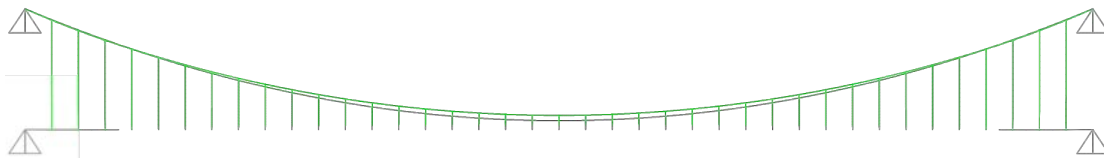
Fase 4



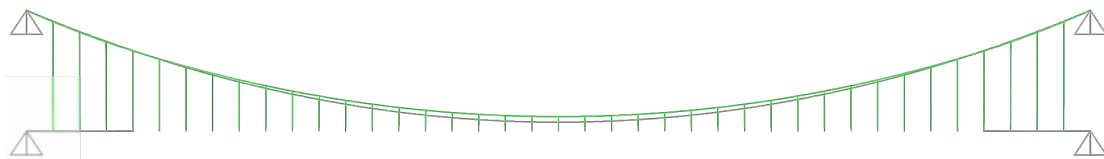
Fase 5



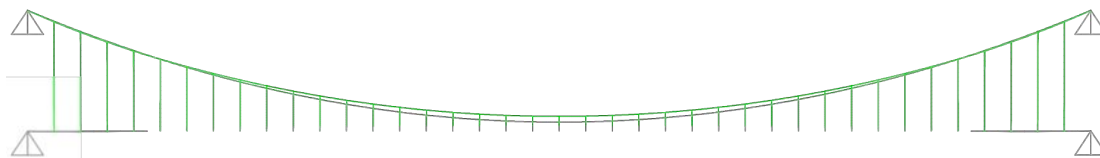
Fase 6



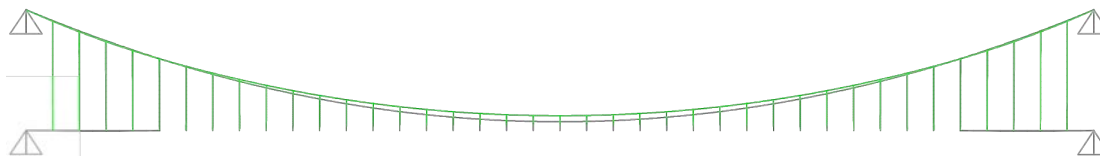
Fase 7



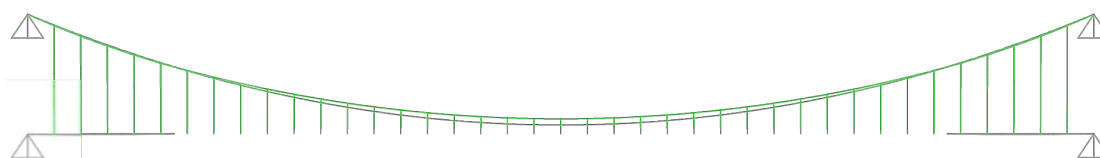
Fase 8



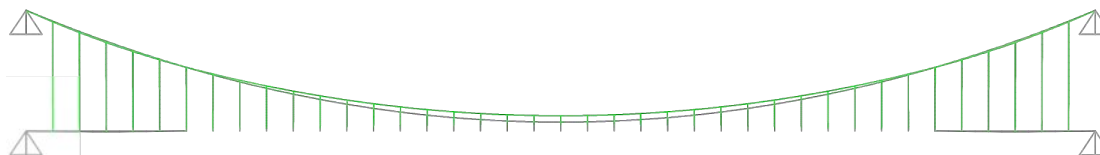
Fase 9



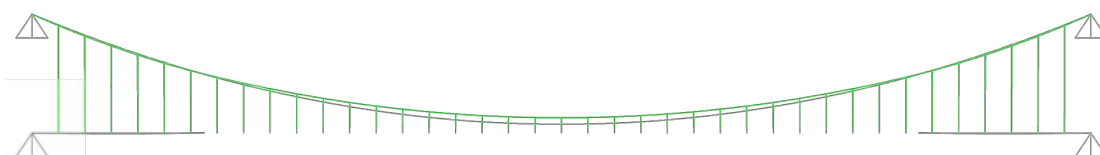
Fase 10



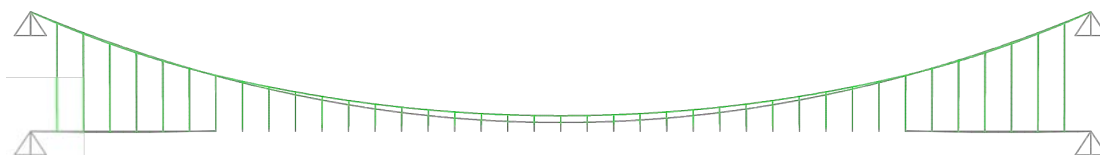
Fase 11



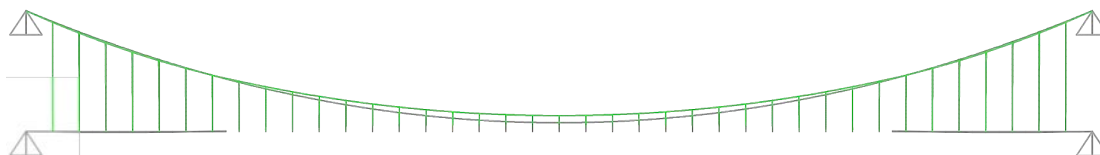
Fase 12



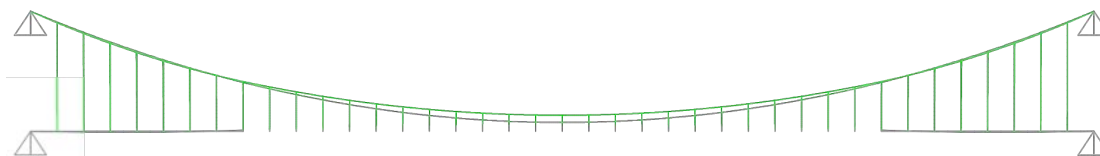
Fase 13



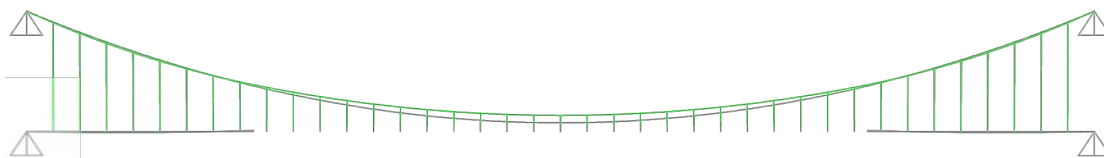
Fase 14



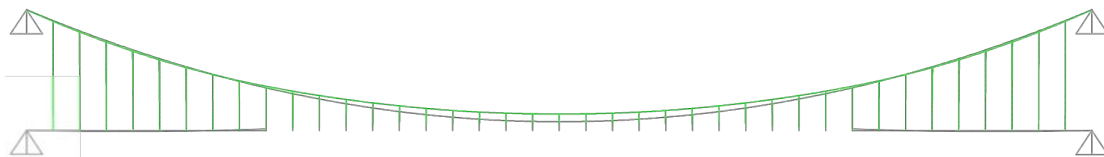
Fase 15



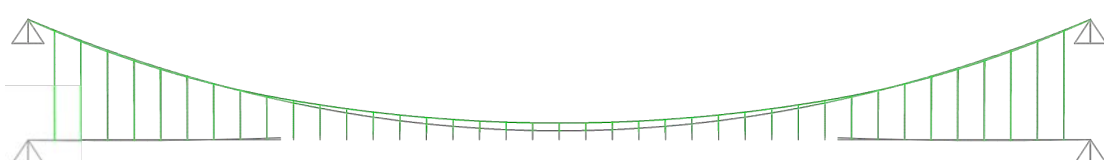
Fase 16



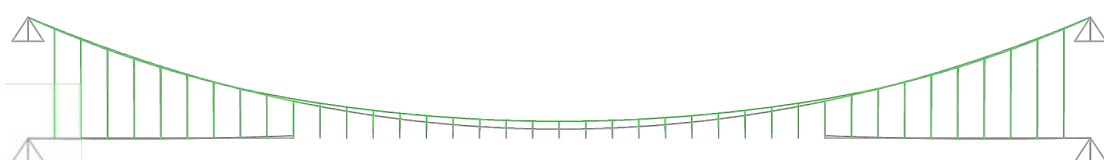
Fase 17



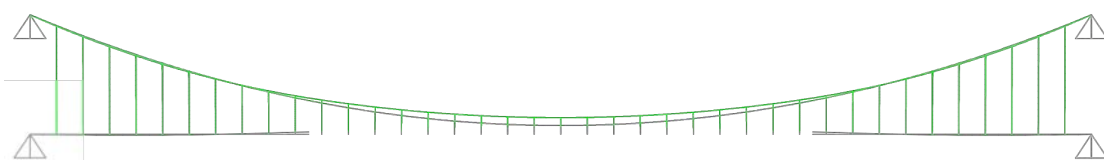
Fase 18



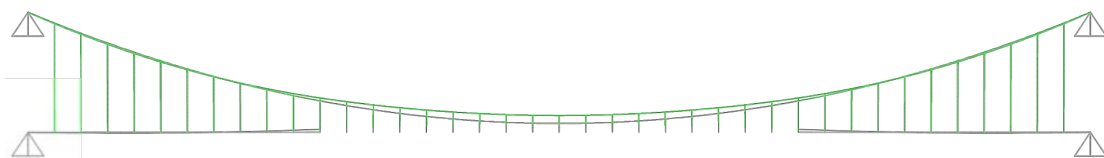
Fase 19



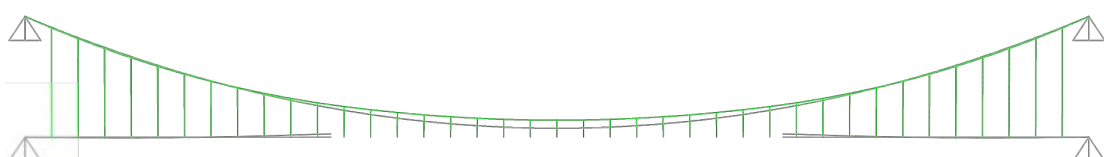
Fase 20



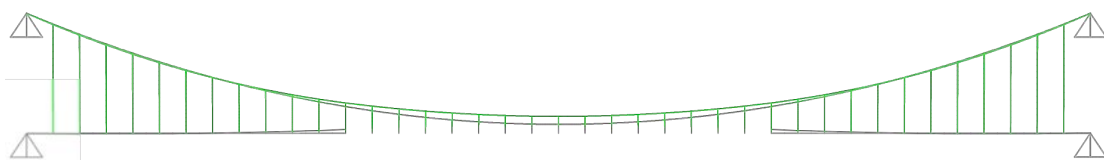
Fase 21



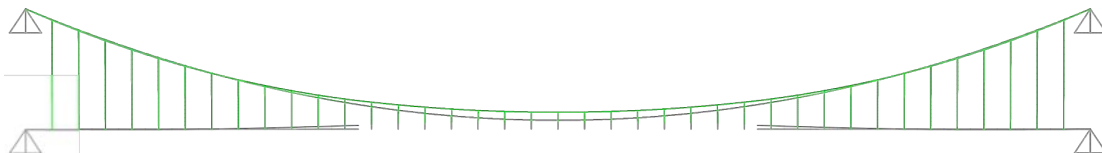
Fase 22



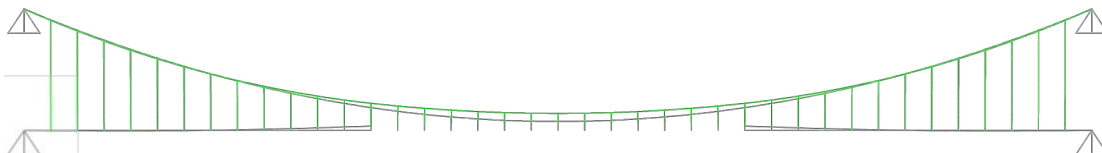
Fase 23



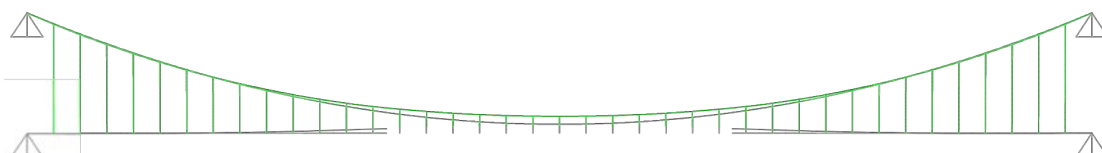
Fase 24



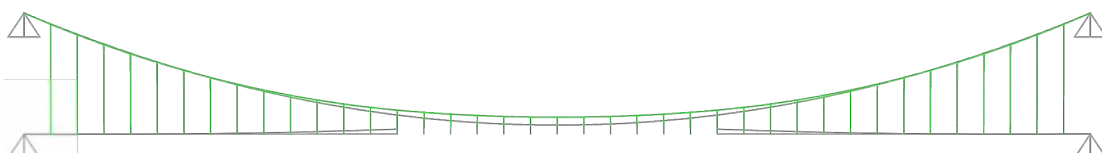
Fase 25



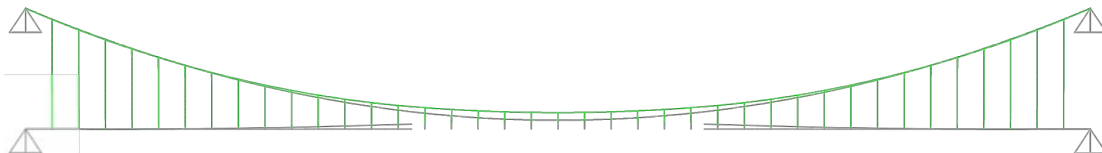
Fase 26



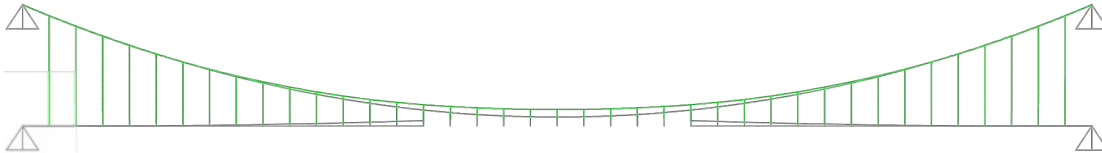
Fase 27



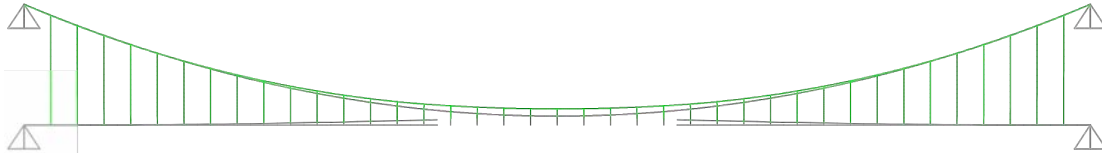
Fase 28



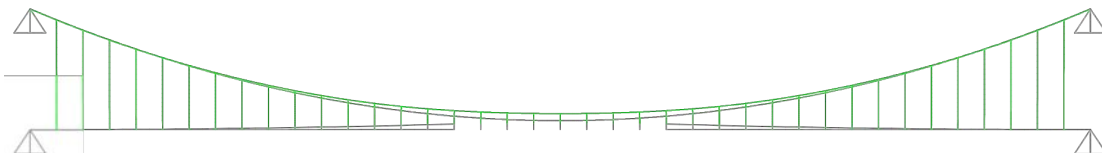
Fase 29



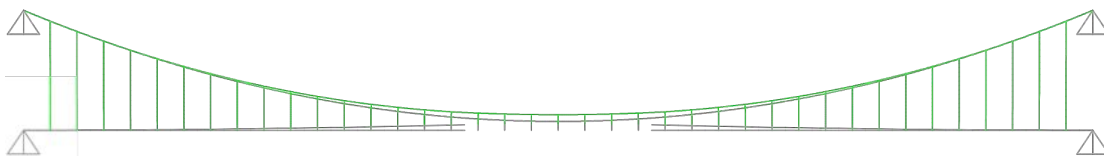
Fase 30



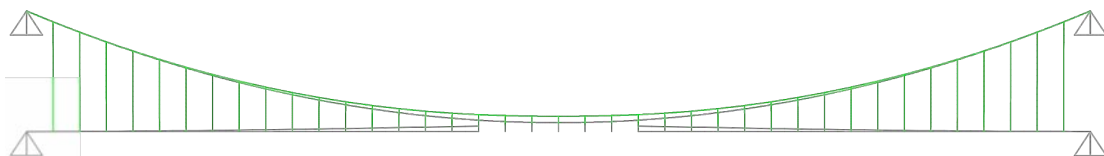
Fase 31



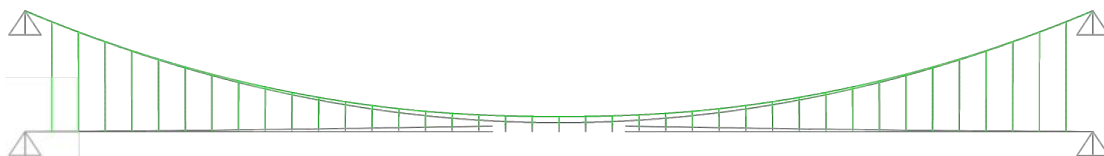
Fase 32



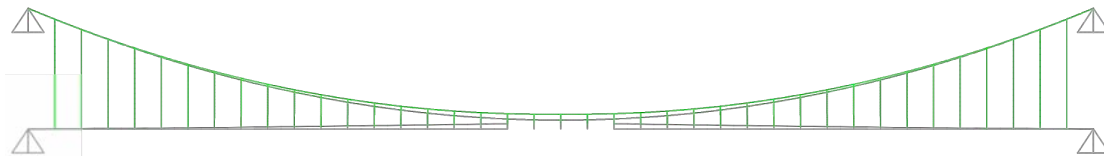
Fase 33



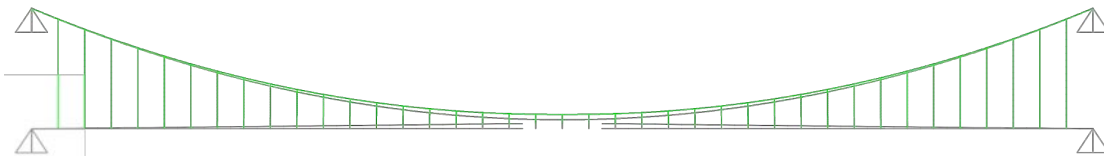
Fase 34



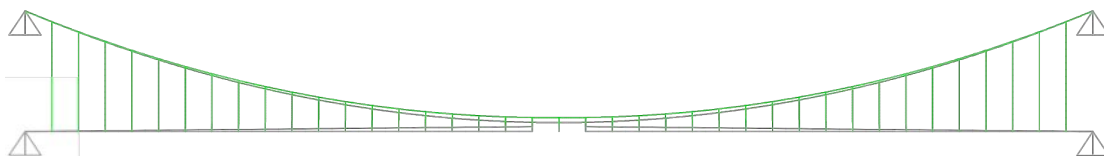
Fase 35



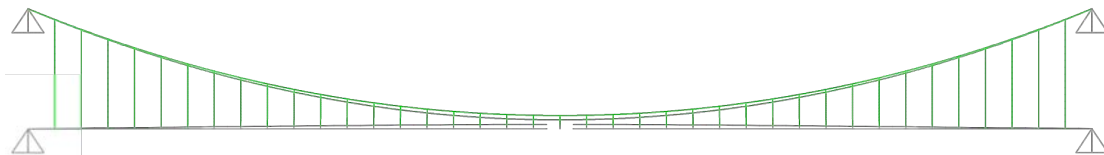
Fase 36



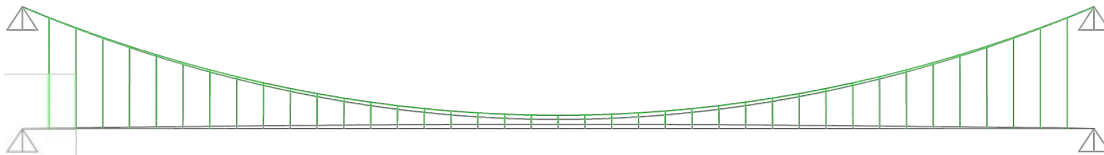
Fase 37



Fase 38



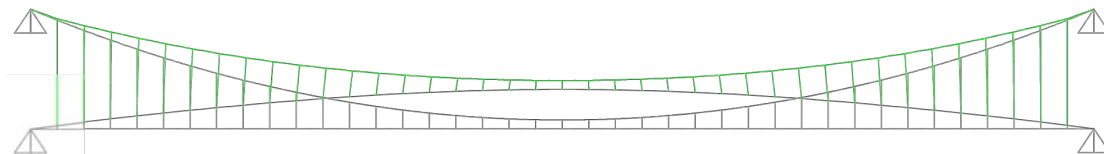
Fase 39



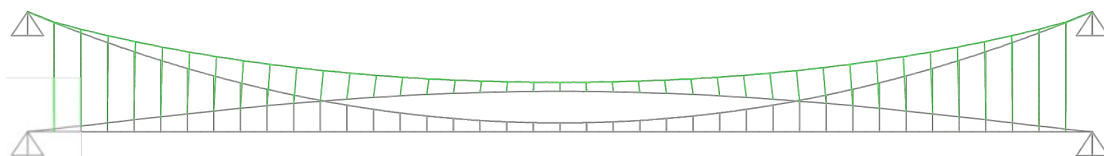
## Geometrias ao longo da colocação das lajes de betão

### DISTORÇÃO 10x

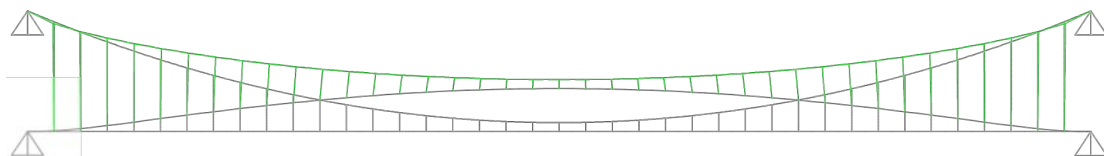
Fase 1



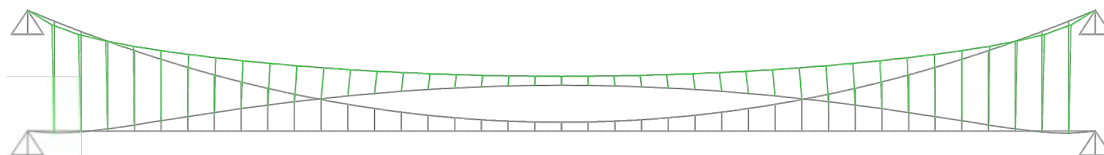
Fase 2



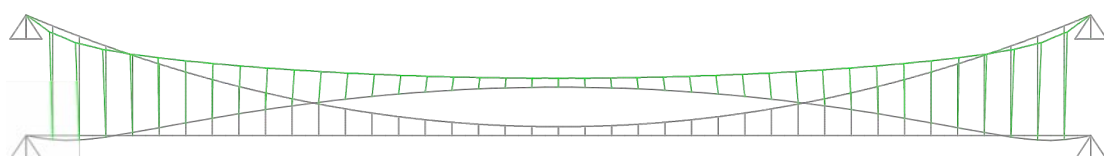
Fase 3



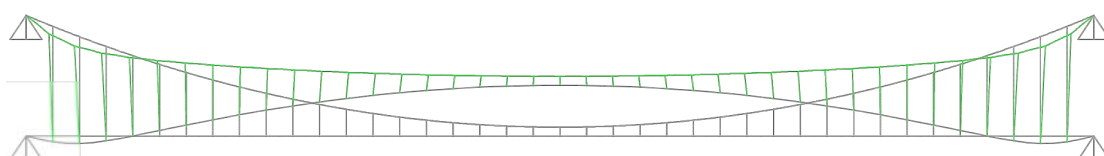
Fase 4



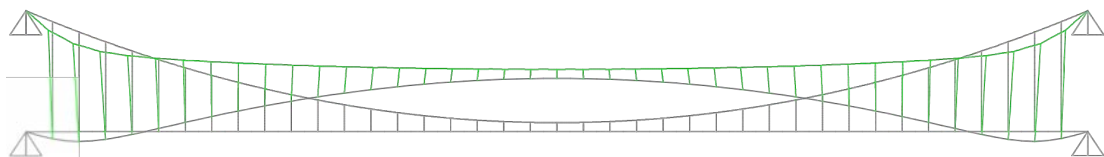
Fase 5



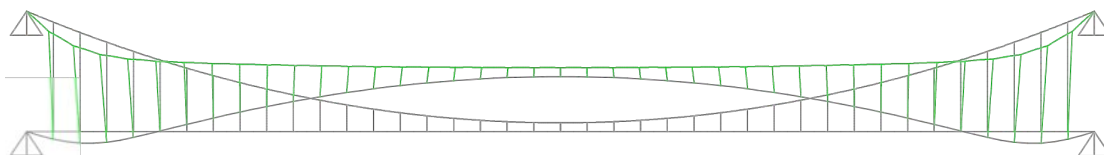
Fase 6



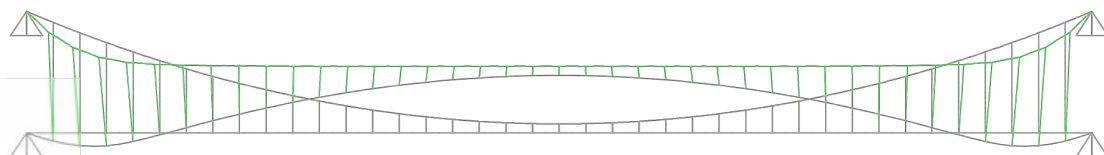
Fase 7



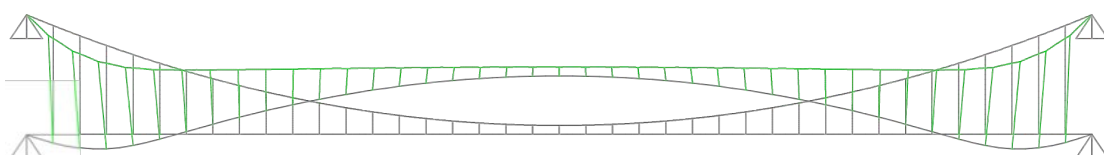
Fase 8



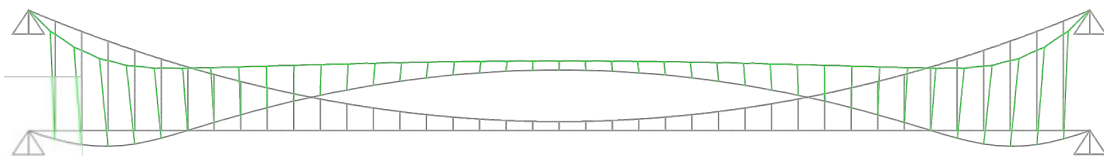
Fase 9



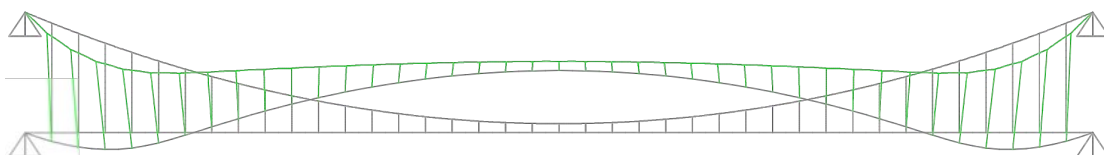
Fase 10



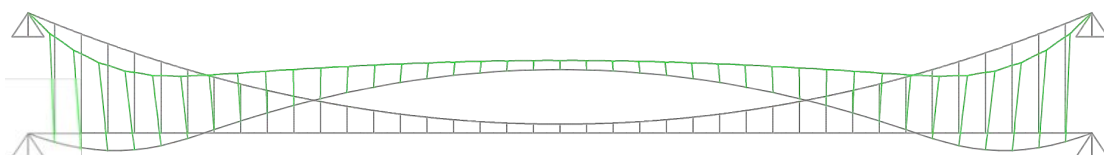
Fase 11



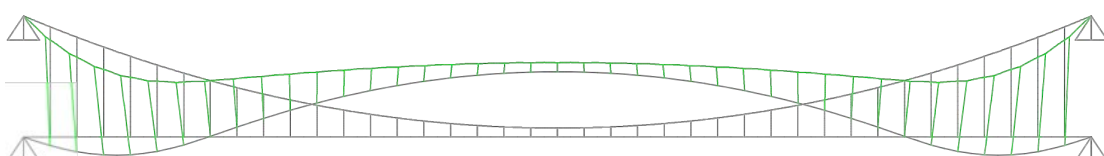
Fase 12



Fase 13

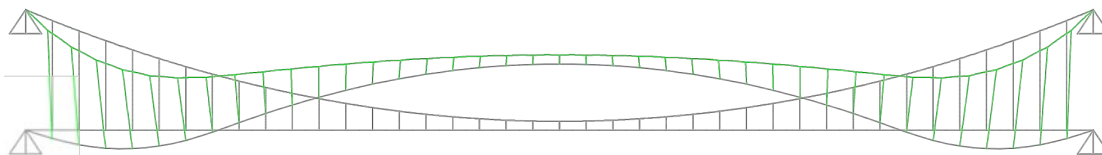


Fase 14

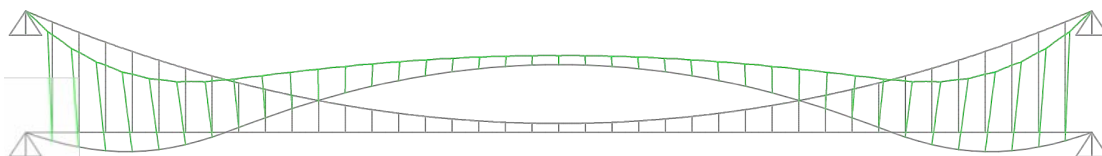




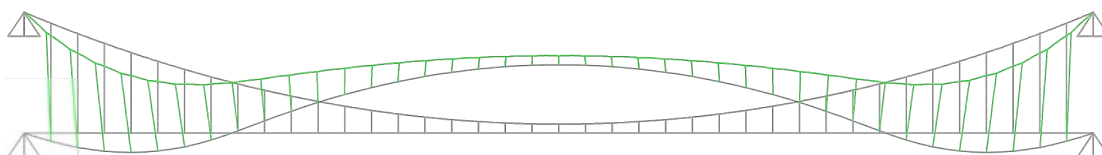
Fase 15



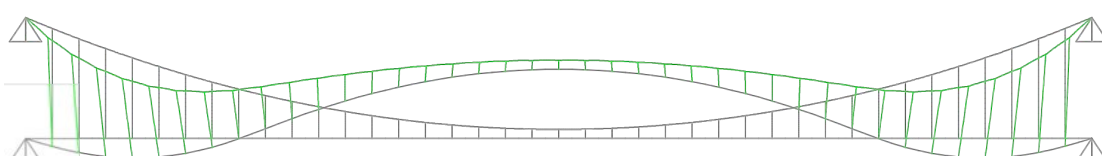
Fase 16



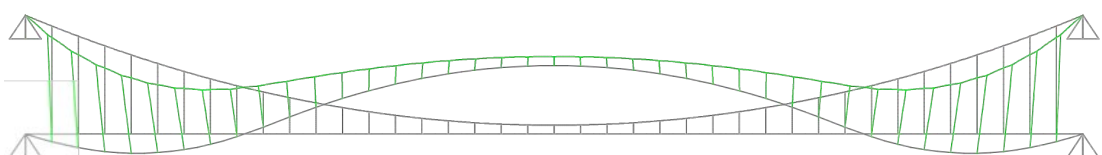
Fase 17



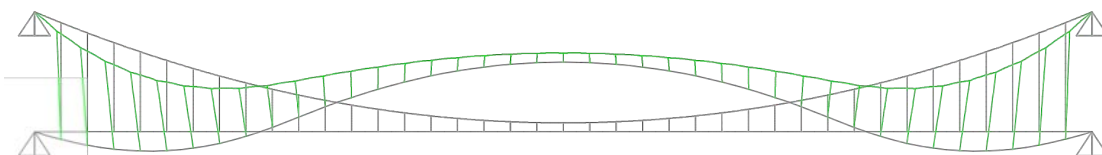
Fase 18



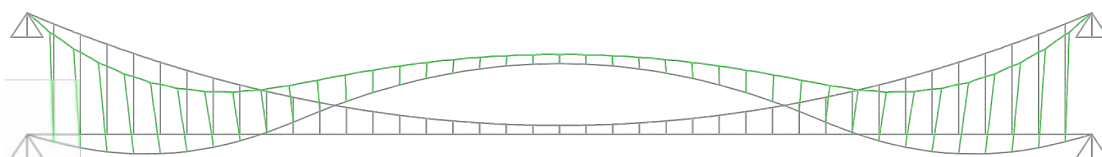
Fase 19



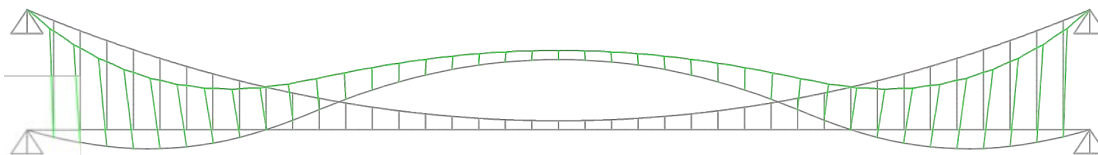
Fase 20



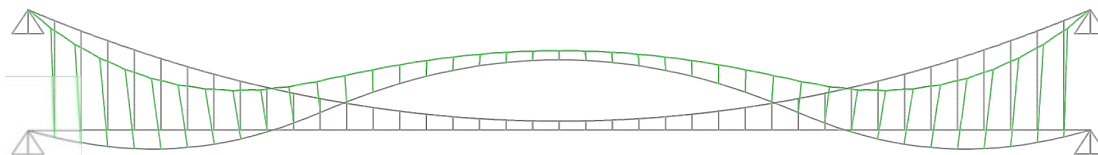
Fase 21



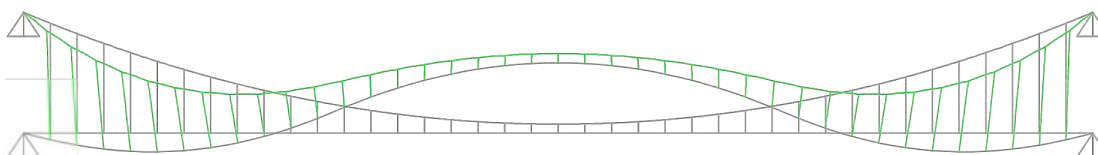
Fase 22



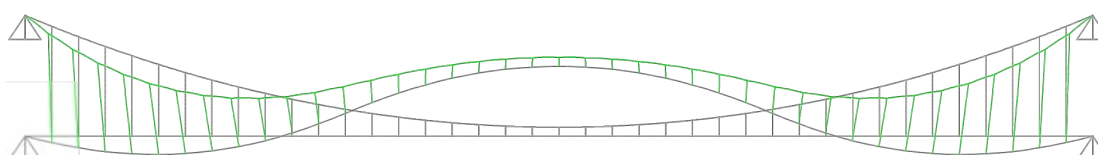
Fase 23



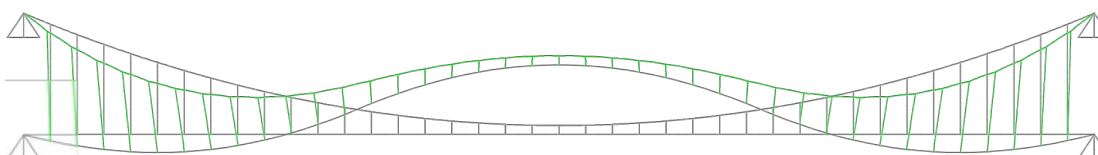
Fase 24



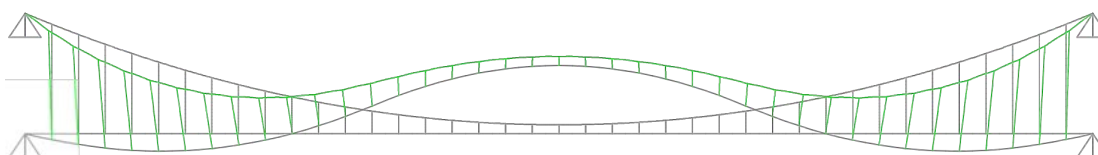
Fase 25



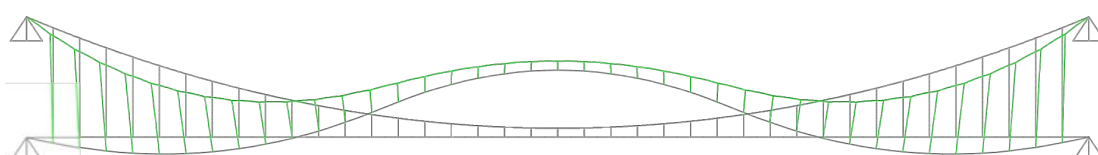
Fase 26



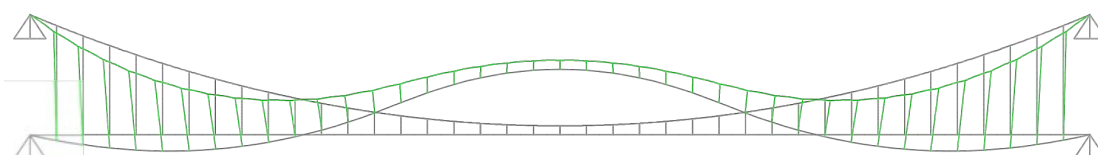
Fase 27



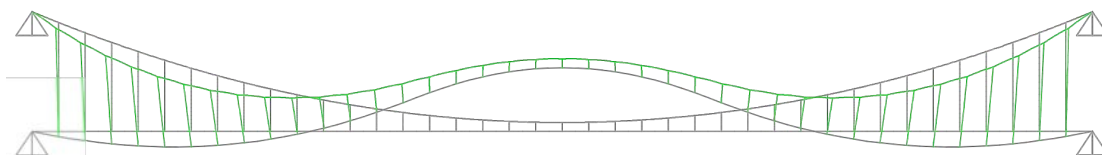
Fase 28



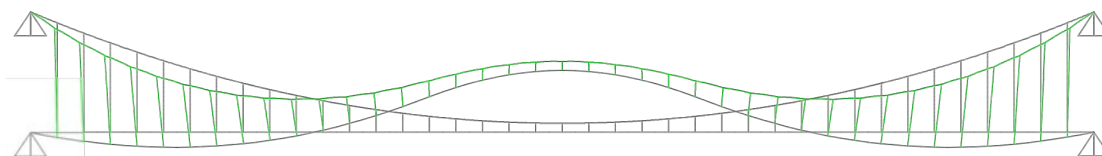
Fase 29



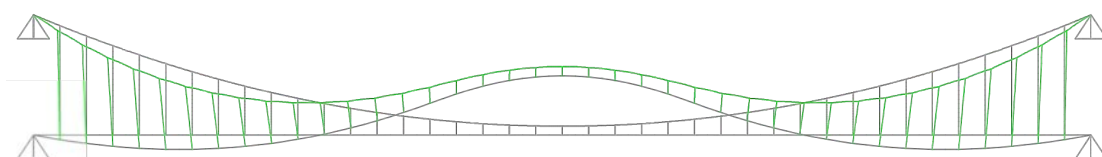
Fase 30



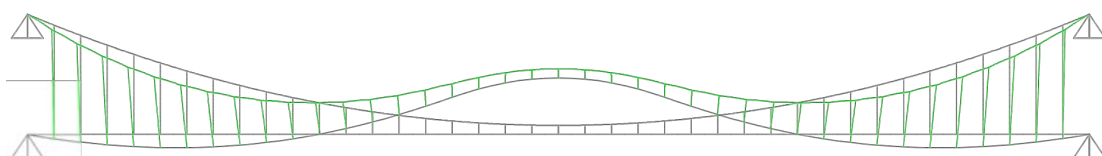
Fase 31



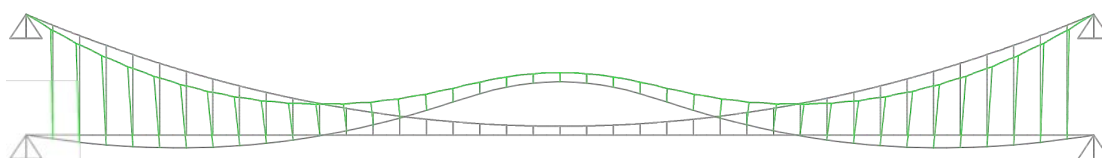
Fase 32



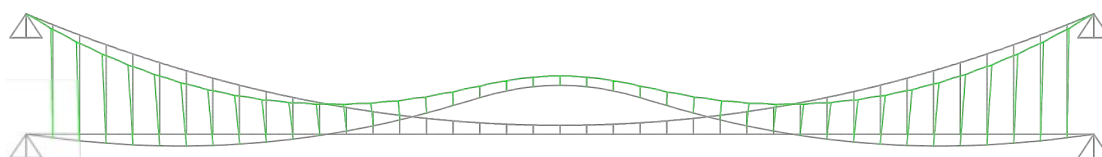
Fase 33



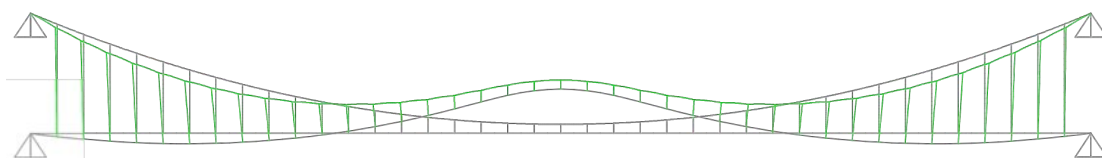
Fase 34



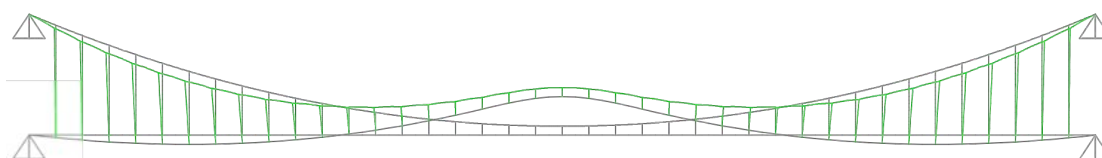
Fase 35



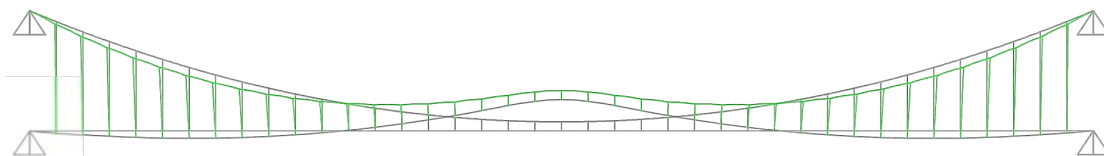
Fase 36



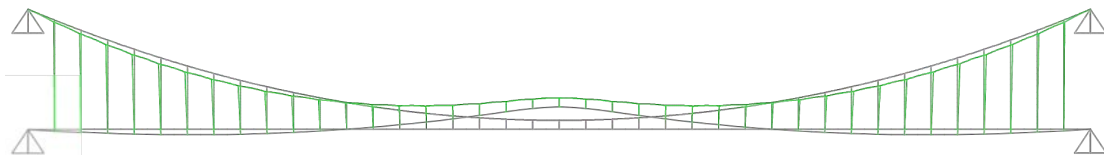
Fase 37



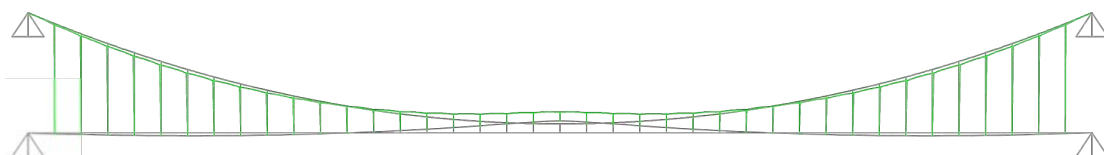
Fase 38



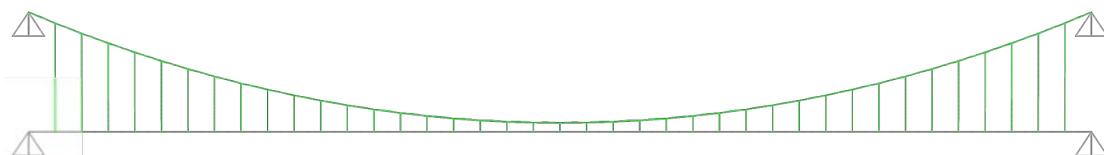
Fase 39



Fase 40



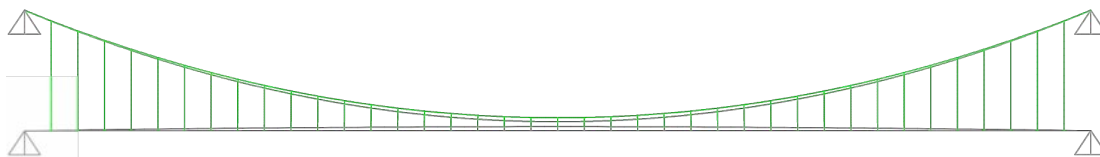
Fase 41



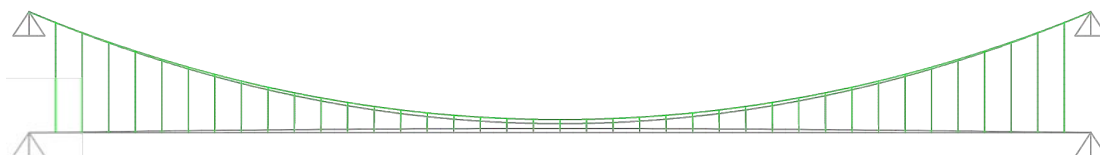
## Geometrias ao longo da colocação das lajes de betão

### SEM DISTORÇÃO

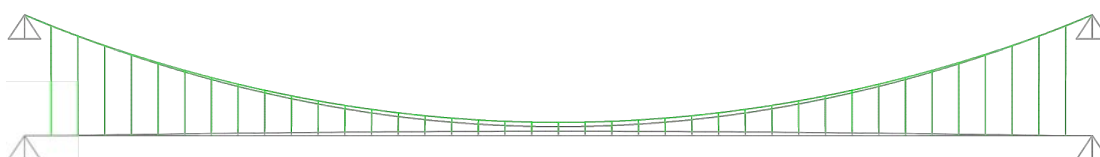
Fase 1



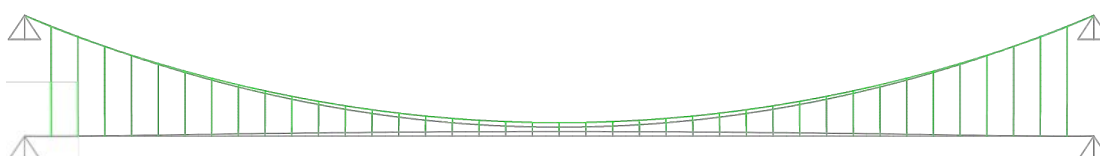
Fase 2



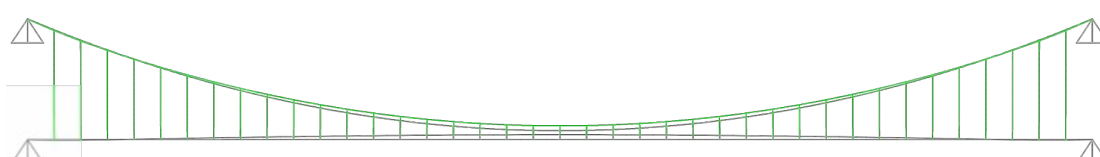
Fase 3



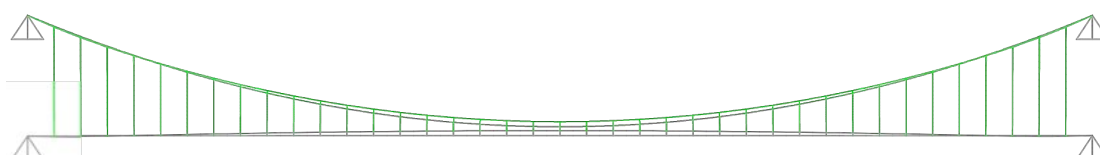
Fase 4



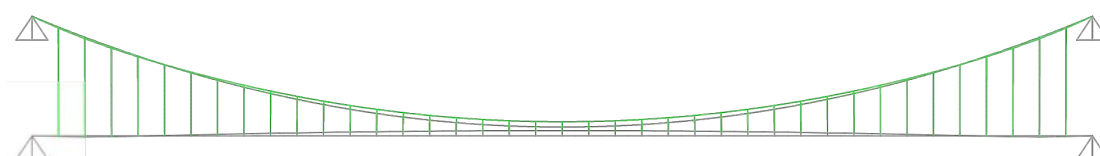
Fase 5



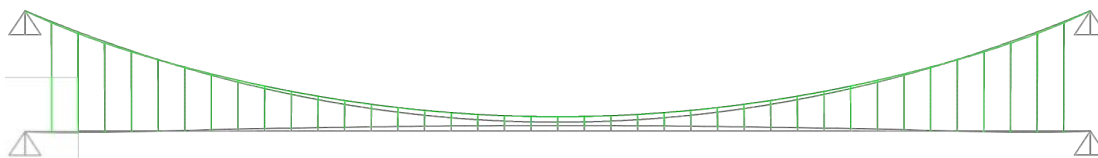
Fase 6



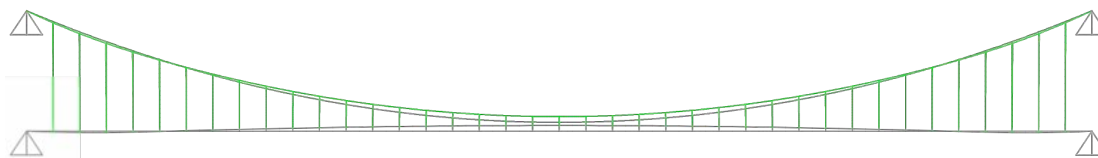
Fase 7



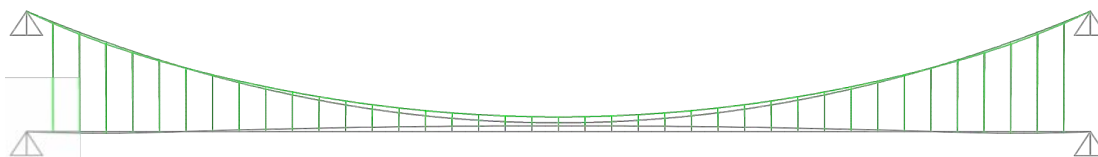
Fase 8



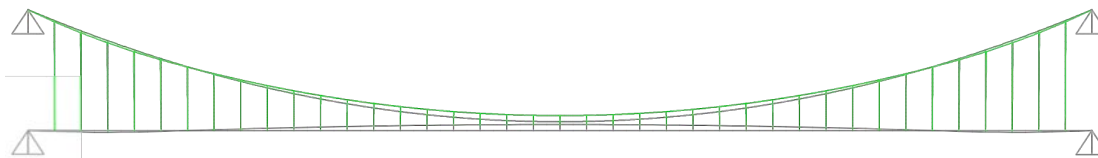
Fase 9



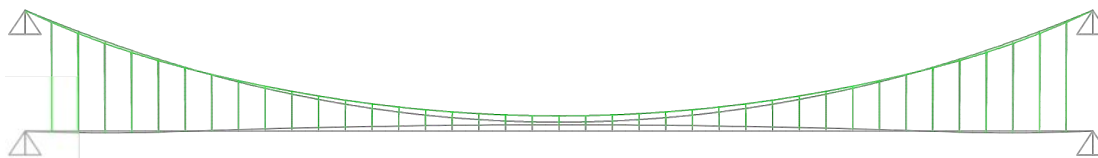
Fase 10



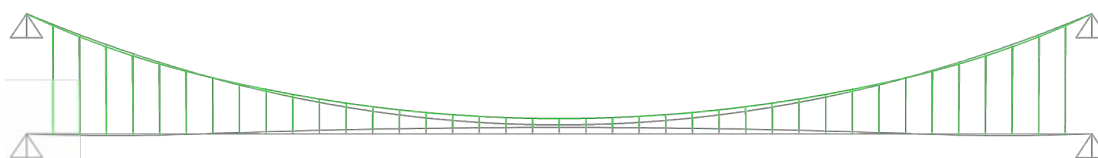
Fase 11



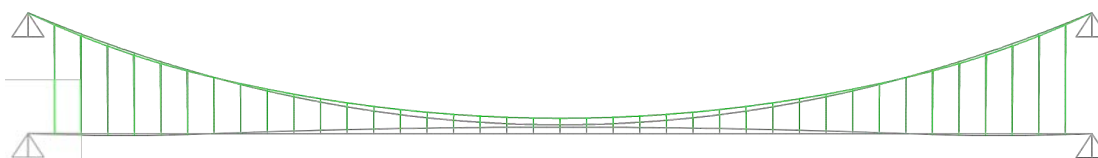
Fase 12



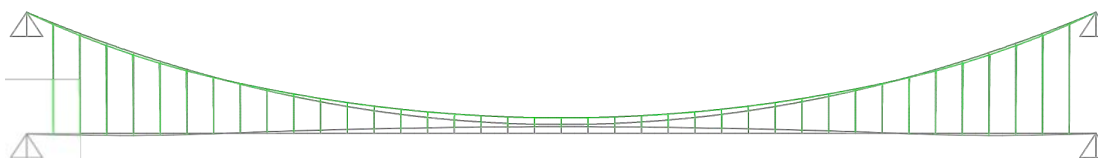
Fase 13



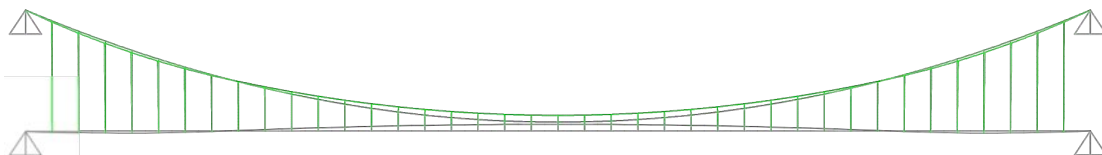
Fase 14



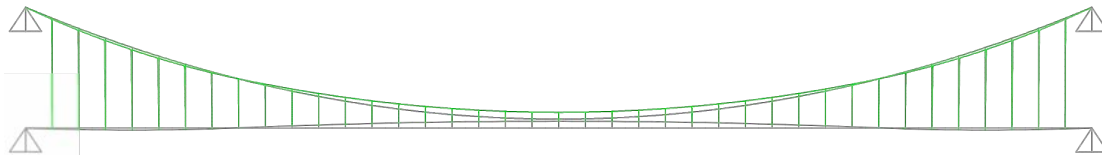
Fase 15



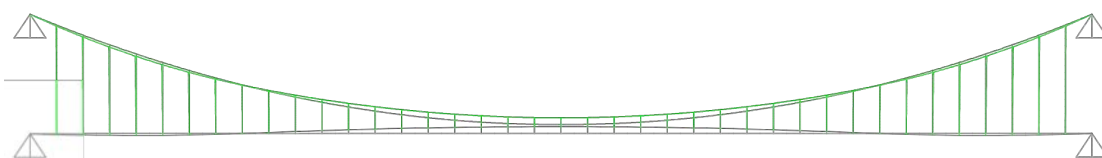
Fase 16



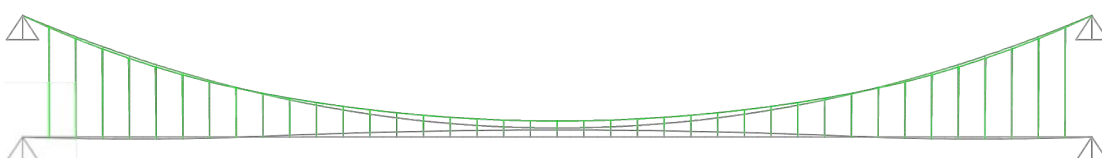
Fase 17



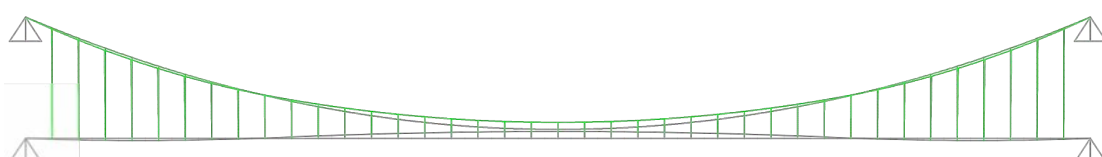
Fase 18



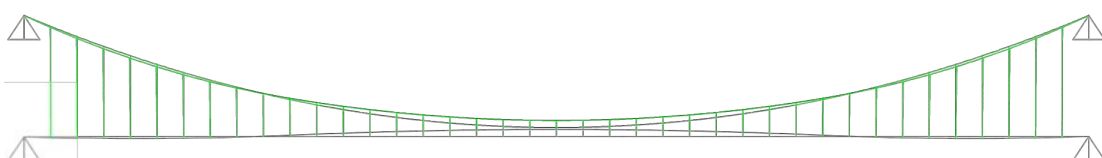
Fase 19



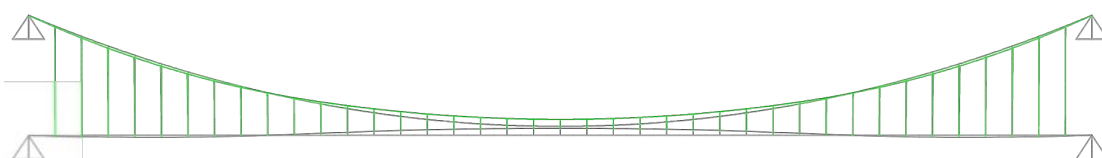
Fase 20



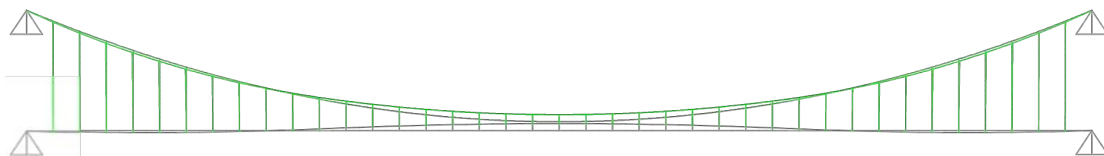
Fase 21



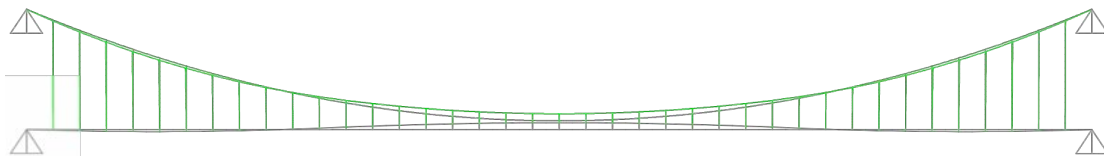
Fase 22



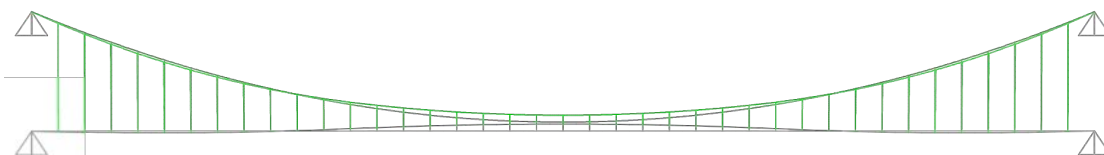
Fase 23



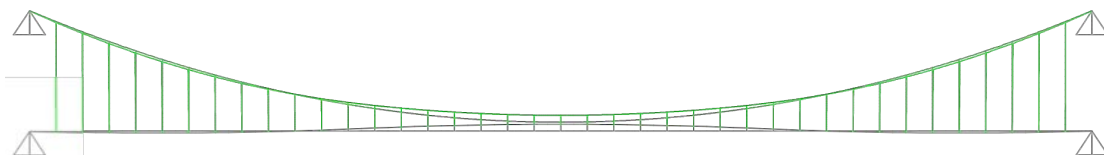
Fase 24



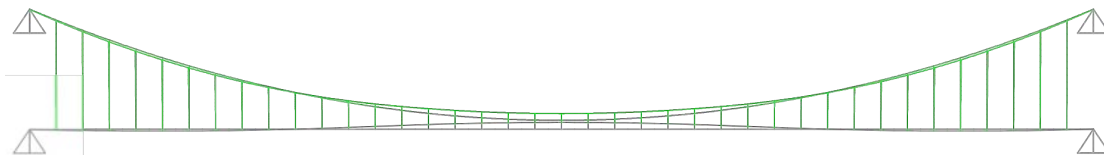
Fase 25



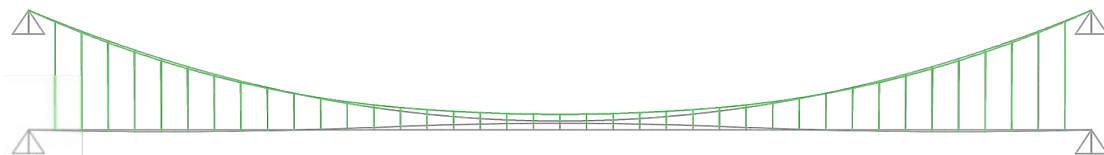
Fase 26



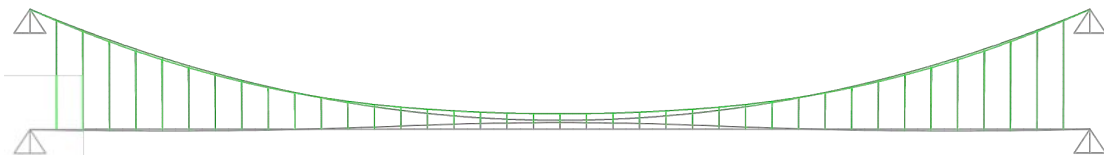
Fase 27



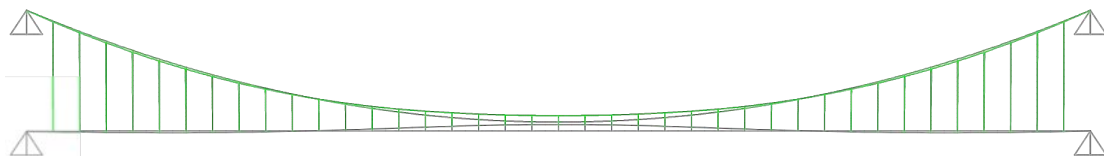
Fase 28



Fase 29

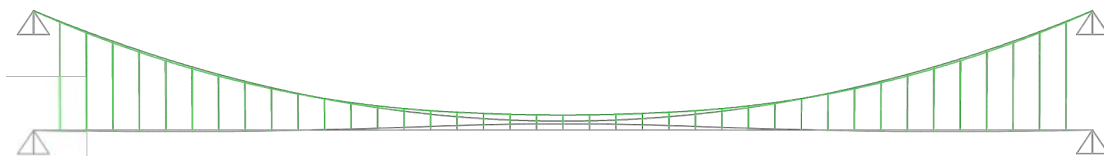


Fase 30

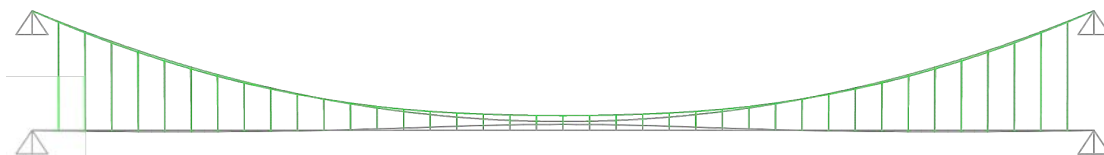




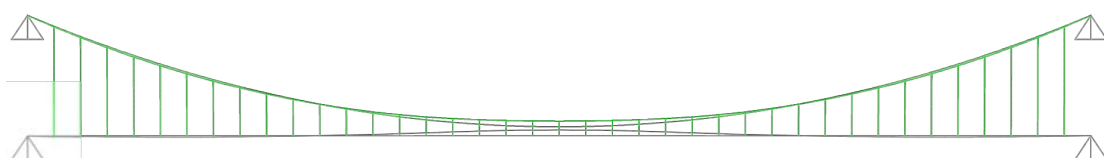
Fase 31



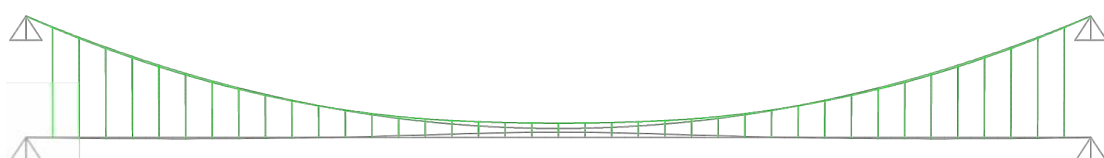
Fase 32



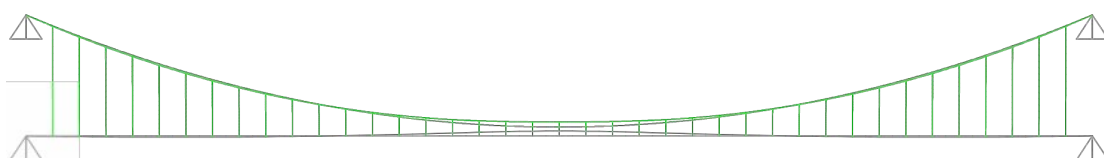
Fase 33



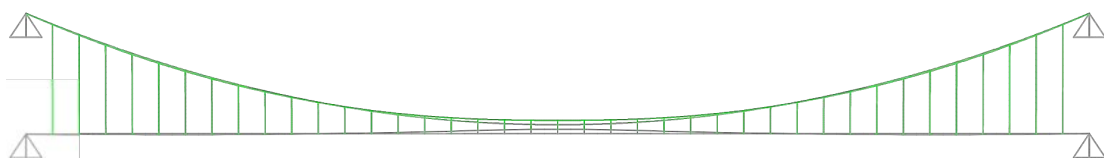
Fase 34



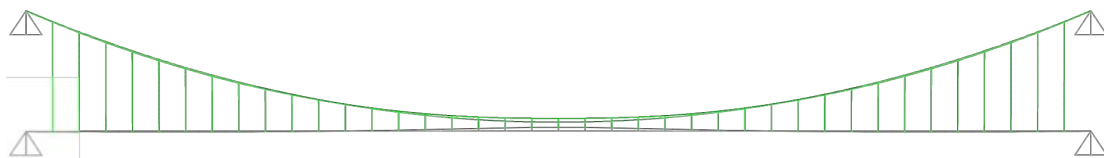
Fase 35



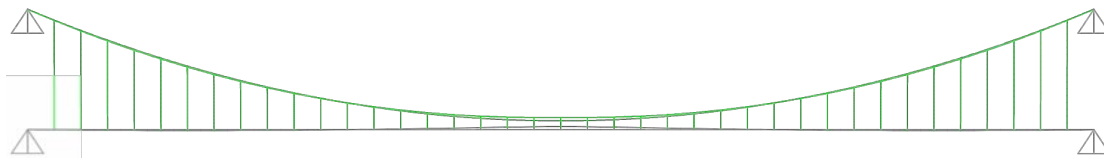
Fase 36



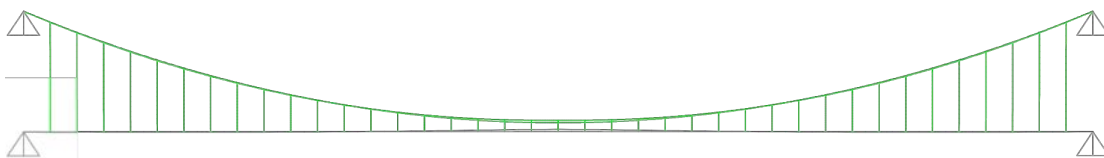
Fase 37



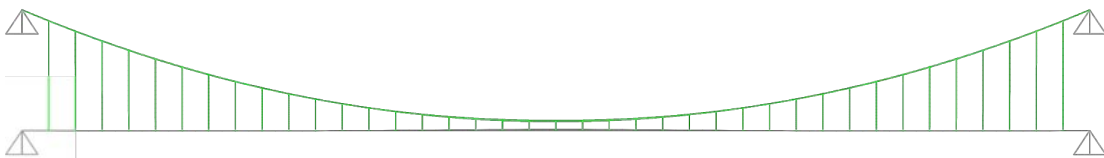
Fase 38



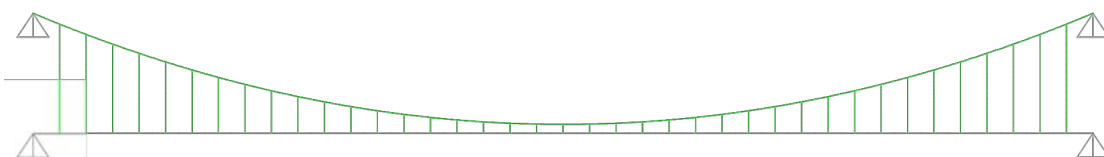
Fase 39



Fase 40



Fase 41



## Deslocamentos máximos do tabuleiro durante a sua introdução

Fase	Deslocamento max tabuleiro [m]	
	Ascendente	Descendente
1	0.0625	0
2	0.0375	0
3	0.0492	0
4	0	-0.0095
5	0.0247	-0.018
6	0	-0.045
7	0.0135	-0.0684
8	0	-0.0958
9	0.0248	-0.1202
10	0	-0.1417
11	0.0651	-0.1628
12	0.0515	-0.1784
13	0.1369	-0.1919
14	0.141	-0.2018
15	0.2389	-0.2086
16	0.2588	-0.2101
17	0.3664	-0.209
18	0.399	-0.2035
19	0.5124	-0.196
20	0.5537	-0.1848
21	0.6682	-0.172
22	0.7132	-0.1561
23	0.824	-0.1392
24	0.8676	-0.1197
25	0.9693	-0.0996
26	1.0063	-0.0775
27	1.094	-0.055
28	1.1192	-0.0324
29	1.1879	-0.0105
30	1.1965	0
31	1.2417	0
32	1.2291	0
33	1.2467	0
34	1.2087	0
35	1.1949	0
36	1.1277	0
37	1.0793	0
38	0.9796	0
39	0.8895	0

## Deslocamentos máximos do tabuleiro durante a colocação das lajes de betão

Fase	Deslocamento max tabuleiro [m]	
	Ascendente	Descendente
1	0.8895	0
2	0.909	0
3	0.9611	0
4	1.0244	-0.042
5	1.0838	-0.1061
6	1.1377	-0.1644
7	1.1874	-0.2168
8	1.234	-0.2596
9	1.2778	-0.2986
10	1.3188	-0.327
11	1.3571	-0.3555
12	1.3927	-0.3764
13	1.4254	-0.3933
14	1.4552	-0.4086
15	1.482	-0.4186
16	1.5057	-0.4258
17	1.5263	-0.4325
18	1.5436	-0.4355
19	1.5575	-0.4357
20	1.568	-0.436
21	1.5749	-0.4342
22	1.578	-0.4302
23	1.577	-0.4243
24	1.5719	-0.4173
25	1.5624	-0.41
26	1.548	-0.4011
27	1.5285	-0.3907
28	1.5033	-0.379
29	1.472	-0.3665
30	1.4339	-0.3532
31	1.3882	-0.3385
32	1.3336	-0.3222
33	1.269	-0.3041
34	1.1924	-0.2839
35	1.1013	-0.2613
36	0.9924	-0.2358
37	0.8607	-0.206
38	0.6998	-0.1699
39	0.5017	-0.1246
40	0.2629	-0.0675
41	0	0

## Esforços axiais no cabo principal ao longo da introdução do tabuleiro

Fase	Esforço axial (kN)
1	512.67
2	515.36
3	517.63
4	520.83
5	524.16
6	528.11
7	532.33
8	537.03
9	542.01
10	547.42
11	553.08
12	559.16
13	565.45
14	572.12
15	579
16	586.22
17	593.62
18	601.34
19	609.21
20	617.37
21	625.66
22	634.21
23	642.88
24	651.78
25	660.78
26	669.98
27	679.25
28	688.71
29	698.23
30	707.92
31	717.65
32	727.53
33	737.45
34	747.45
35	757.54
36	767.71
37	777.89
38	788.16
39	827.53

## Esforços axiais no cabo principal ao longo da colocação das lajes de betão

Fase	Esforço axial (kN)
1	827.53
2	834.29
3	857.55
4	899.98
5	958.47
6	1028.98
7	1109
8	1197.13
9	1292.59
10	1394.86
11	1503.59
12	1618.46
13	1739.19
14	1865.49
15	1997.1
16	2133.76
17	2275.22
18	2421.24
19	2571.54
20	2725.95
21	2884.21
22	3046.13
23	3211.48
24	3380.07
25	3551.71
26	3726.23
27	3903.45
28	4083.2
29	4265.34
30	4449.72
31	4636.21
32	4824.68
33	5015.03
34	5207.18
35	5401
36	5596.48
37	5793.54
38	5992.17
39	6192.34
40	6394
41	6597.04



